ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le D[r] **Branislav Petronievics**, membre de l'Académie Serbe des Sciences, qui assiste à la séance.

En présentant à l'Académie le *Catalogue fondamental de l'Observatoire d'Alger*, M. **Ernest Esclangon** s'exprime en ces termes :

Le Catalogue fondamental de l'Observatoire d'Alger fait partie du programme des observations d'étoiles fondamentales arrêté par le Congrès Astrophotographique International (Carte du Ciel) qui se tint à Paris en avril 1909.

Onze observatoires devaient collaborer à ce travail de haute précision : neuf dans l'hémisphère boréal et deux dans l'hémisphère austral. Par suite des circonstances, neuf seulement ont effectué le travail demandé : Paris, Greenwich, Poulkovo, Babelsberg, Washington, Le Cap, Alger, Uccle et Nicolaeff. Les cinq premiers ont déjà publié leurs résultats et Alger donne les siens aujourd'hui sous la signature de MM. Gonnessiat et Baldet.

Le Catalogue d'Alger, exécuté par des méthodes strictement fondamentales comportant les observations régulières du Soleil et de la Lune, contient 872 étoiles observées de 1912 à 1922. 23662 observations ont été retenues.

Discuté par le *Rechen-Institut* de Berlin et l'*Astronomical Institute* de Léningrad, auxquels le manuscrit avait été communiqué sur leur demande avant publication, il est considéré comme un des Catalogues les plus précis qui existent.

NOMINATIONS.

MM. **Paul Langevin** et **Albert Caquot** sont désignés pour représenter l'Académie dans la *Commission du Laboratoire national.*

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de Physique générale vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *Pierre Fleury* obtient 35 suffrages contre 15 à M. *Eugène Huguenard.*

Pour la seconde ligne, M. *Eugène Huguenard* obtient 43 suffrages; il y a 2 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

En première ligne .... M. **Pierre Fleury.**
En seconde ligne .... M. **Eugène Huguenard.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Union radioscientifique internationale (U. R. S. I.). Volume IV. *Recueil des Travaux de l'Assemblée générale tenue à Londres en septembre* 1934. Publié par le Secrétariat général de l'U. R. S. I., Palais des Académies, Bruxelles, 1935. (Présenté par M. Charles Maurain.)

F. Bœuf. *Les bases scientifiques de l'amélioration des Plantes* (Biologie — Génétique — Écologie — Biométrique — Statistique. (Présenté par M. Louis Blaringhem.)

Aug. Chevalier. *Les Iles du Cap Vert. Flore de l'Archipel.* (Présenté par M. Louis Blaringhem.)

ARITHMÉTIQUE. — *Sur les nouveaux résultats de la théorie analytique des nombres.* Note (1) de M. I. VINOGRADOFF, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans mes derniers travaux ont été données de nouvelles estimations des sommes de M. H. Weyl et ont été indiquées quelques importantes applications. En continuant mes recherches j'ai obtenu des estimations encore plus exactes que celles-ci. Je donne ici mes nouveaux résultats.

1. Soient n un entier constant $\geqq 20$; $\nu = 1/n$; c, c_1, ... des constantes positives ne dépendant que de n;

$$A,\ A_0,\ \ldots,\ A_n \text{ réels};\qquad P \text{ entier} > 0;$$

$$A = \frac{a}{q} + \lambda q^{-2+\nu^2};\qquad (a, q) = 1;\qquad -c_1 \leqq \lambda \leqq c_1;$$

$$c_2 P^{0,5} \leqq q \leqq c_3 P^{n-\nu^2};$$

$$f(x) = A x^{n+1} + A_0 x^n + \ldots + A_n;\qquad S = \sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

Alors on aura

$$S \leqq c_4 P^{1-\rho};\qquad \rho = \frac{\nu^4}{D(\log n)^2},$$

où

$$D = 73,\qquad \text{si}\quad q > P,$$
$$D = 54,\qquad \text{si}\quad q < P,$$

et en particulier on peut poser

$$D = 27,\qquad \text{si}\quad c_5 P \leqq q \leqq c_6 P.$$

2. Soit n un entier constant $\geqq 20$; $\nu = 1/n$; c, c_1, ... des constantes positives ne dépendant que de n;

$$a_0,\ a_1,\ \ldots,\ a_n \text{ réels},\quad P \text{ entier} > 0;$$

$$a_0 = \frac{a}{q} + \lambda q^{-2+\nu^2};\qquad (a, q) = 1;\qquad q > 0;\qquad -c_7 \leqq \lambda \leqq c_7;$$

$$c_8 P^{n-1-\nu^2} \leqq q \leqq c_9 P^{n-0,5};$$

$$f(x) = a_0 x^n + \ldots + a_n;\qquad S = \sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

(1) Séance du 13 janvier 1936.

Alors nous avons

$$S \geqq c_{10} P^{1-\rho}; \qquad \rho = \frac{\nu^5}{130 (\log n)^2}.$$

3. La formule asymptotique, donnée par Hardy-Littlewood,

$$I_N = \frac{\{\Gamma(1+\nu)\}^r}{\Gamma(r\nu)} N^{r\nu-1} \mathfrak{S} + O(N^{r\nu-1-\delta}); \qquad \delta = \delta(n) > 0$$

pour le nombre de représentations de l'entier N sous la forme

$$N = x_1^n + \ldots + x_r^n,$$

où $x_1, \ldots, x_r$ sont des entiers positifs, est valable pour tous

$$r > 131 n^5 (\log n)^2; \qquad n > 20.$$

Dans ma Communication précédente [1] j'ai donné une limite moins exacte

$$r > 183 n^8 (\log n + 1)^2$$

(par inadvertance j'ai omis le multiplicateur n^8 en formulant ce résultat).

4. Soient n un entier constant $\geqq 10$; $\nu = 1/n$; A, $A_0, \ldots, A_n$ réels;

$$f(x) = A x^{n+1} + A_0 x^n + \ldots + A_n;$$

$$A = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad q > 0; \qquad |\theta| \leqq 1.$$

Alors il existe une constante c qui ne dépend que de n, telle que, pour tout β réel, il soit possible de satisfaire au système d'inégalités

$$|f(x) - u - \beta| < c q^{-\rho}; \qquad \rho = \frac{\nu^2}{5 \log 10 n}$$

par x et u entiers.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la notion de collectif dans le calcul des probabilités.* Note de M. **Abraham Wald**, présentée par M. Émile Borel.

R. v. Mises [2] introduit, pour servir de base au calcul des probabilités, la notion de collectif. Cette notion a soulevé diverses objections, qui ont été dirigées principalement contre l'axiome d'irrégularité (*Regellosigkeits-*

---

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 514.

(2) R. v. Mises, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen in der Statistik und theor. Physik*, Leipzig, Wien, 1931.

axiom), lequel, en effet, n'était pas formulé d'une façon assez précise. Dans ce qui suit nous allons préciser d'une manière nouvelle la notion de collectif, dont la non-contradiction peut-être démontrée [1].

Soit E un ensemble, dont les éléments seront appelés événements, n étant un entier positif (ou bien o); nous appellerons fonction de choix à n arguments, une fonction f_m faisant correspondre à tout groupe ordonné de n événements (à l'ensemble vide) le nombre o ou le nombre 1. Soit $\{f_n\}(n=0, 1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite de fonctions de choix, f_n désignant une fonction à n arguments. Nous pouvons alors associer à toute suite $\{e_i\}(i=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ d'événements, une suite partielle

$$\{e_{i_n}\}(n=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$$

grâce au procédé suivant, dit procédé de choix : nous construisons la suite des valeurs des fonctions f_n à savoir $f_0, f_1(e_1), f_2(e_1, e_2), \ldots, f_n(e_1, \ldots, e_n)$, *ad inf.* et nous appelons le plus petit entier tel que l'on ait $f_{i_1-1}(e_1, \ldots, e_{i_1-1})=1$ et d'une manière générale $i_k(h=2, 3, \ldots, ad\ inf.)$ le plus petit entier $>i_{k-1}$ tel que $f_{i_k-1}(e_1, \ldots, f_{i_k-1})=1$. Un procédé de choix est donc une fonction associant à toute suite d'événements une de ses suites partielles, appelée suite choisie, qui peut être propre (c'est-à-dire infinie), ou bien finie, ou bien vide. Le procédé de choix qui associe à toute suite d'événements cette suite elle-même sera dit procédé identique, ou d'identité.

Soit $\mathfrak{S}$ un système de procédés de choix (chacun défini par une suite de fonctions $f_1, f_2, \ldots$) contenant l'identité, $\mathfrak{E}$ un système de sous-ensembles de E, et enfin $C=\{e_i\}$ $(i=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite d'événements; nous disons que C est un *collectif relativement à* $\mathfrak{S}$ *et* $\mathfrak{E}$, ce que nous mettons en évidence par la notation $C(\mathfrak{S}, \mathfrak{E})$, si la condition suivante est remplie : soit L un élément quelconque de $\mathfrak{E}$ et $A=\{e_{i_j}\}$ $(j=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ une suite propre choisie à partir de la suite C par l'un quelconque des procédés de choix du système $\mathfrak{S}$; désignons par $n_L^{(A)}$ le nombre des éléments de la suite finie $(e_{i_1}, \ldots, e_{i_n})$ qui appartiennent à L; la suite des nombres $\{n_L^{(A)}/n\}$ $(n=1, 2, \ldots, ad\ inf.)$ doit converger vers une valeur V_L, indépendante du procédé de choix utilisé parmi ceux du système $\mathfrak{S}$. Le nombre V_L sera par définition la *probabilité de* L *dans le collectif* $C(\mathfrak{S}, \mathfrak{E})$. La probabilité est donc une fonction d'ensembles non négative, additive, définie sur les éléments de $\mathfrak{E}$. Cette fonction d'ensemble sera aussi appelée *fonc-*

---

[1] Je donne une représentation détaillée avec des démonstrations des théorèmes indiqués dans cette Note, dans les *Ergebnisse eines math. Kolloquiums*, Heft 7, Wien.

tion de distribution du collectif $C(\mathcal{S}, \mathcal{E})$. Si l'on fait maintenant l'hypothèse que le système $\mathcal{S}$ considéré des procédés de choix est *dénombrable*, on a les théorèmes suivants :

I. Soient E un ensemble fini (de puissance > 1) d'événements, μ une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E et telle que $\mu(E) = 1$. Il existe alors un ensemble, de puissance égale à celle du continu, des collectifs relativement à $\mathcal{S}$ et à tous les sous-ensembles de E et dont la fonction de distribution est identique à μ.

II. Soient E un ensemble infini (dénombrable ou non) d'événements, et μ une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E avec $\mu(E) = 1$. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe des collectifs relativement à $\mathcal{S}$ et à tous les sous-ensembles de E est qu'il existe dans E une suite $\{e_i\}$ ($i = 1, 2, \ldots$, *ad inf.*) d'événements deux à deux distincts, telle que $\sum_{i=1}^{\infty} \mu(e_i) = 1$.

Dans la théorie classique, le cas des probabilités dites géométriques est toujours traité dans l'hypothèse que tout événement ponctuel a une probabilité nulle. D'après le théorème II, il est donc impossible d'attribuer une probabilité à tout sous-ensemble de l'ensemble des événements. Cela montre la nécessité de relativiser la notion de collectif également par rapport aux sous-ensembles de E.

III. *Hypothèses.* — 1° E est un ensemble d'événements de puissance quelconque; 2° $\mathcal{R}$ est un corps [1] dénombrable de sous-ensembles de E, contenant E; 3° μ est une fonction d'ensemble non négative, additive, définie sur les éléments de $\mathcal{R}$ avec $\mu(E) = 1$; 4° $\mathcal{E}$ est le système des sous-ensembles de E qui sont mesurables μ; un sous-ensemble L de E étant dit mesurable μ si la borne inférieure des valeurs de μ pour les éléments de $\mathcal{R}$ contenant L et la borne supérieure des valeurs de μ pour les éléments de $\mathcal{R}$ contenus dans L sont égales; cette valeur commune sera appelée mesure de L et désignée par $\mu(L)$. Conclusion : il existe un ensemble de puissance égale à celle du continu des collectifs relativement à $\mathcal{S}$ et $\mathcal{E}$, et dont la fonction de distribution est μ.

IV. Supposons que les événements soient représentés par des points de R_n (espace euclidien à n dimensions) et que E y soit un ensemble borné,

---

[1] En entendant par corps d'ensembles, une famille d'ensembles telle que la somme et la différence de deux ensembles de la famille appartienne encore à la famille.

mesurable au sens de Peano-Jordan. Soit μ une fonction d'ensemble, non négative, additive, définie sur tous les sous-ensembles de E mesurables (P, J), telle que $\mu(E) = 1$, et que pour toute suite $\{E_i\}$ de sous-ensembles mesurables (P, J) satisfaisant à $\lim_{i=\infty} \mu_P(E_i) = 0$, où μ_P est la mesure (P, J), on ait aussi $\lim_{i=\infty} \mu(E_i) = 0$. Il existe alors un ensemble de puissance égale à celle du continu des collectifs relativement à $\mathfrak{S}$ et à tous les sous-ensembles de E mesurables (P, J) et dont la fonction de distribution coïncide avec μ.

THÉORIE DES NOMBRES HYPERCOMPLEXES. — *Sur les nombres de Clifford et l'équation de Dirac*. Note de M. **Gustave Juvet**, présentée par M. Élie Cartan.

M. A. Mercier a donné (¹) une décomposition de l'équation

$$\nabla_{\succ} U = \alpha U, \tag{1}$$

où U est un nombre de Clifford et $\nabla_{\succ}$ l'opérateur

$$\nabla_{\succ} = \sum_{k=1}^{k=4} \Gamma_k \frac{\partial}{\partial x_k}.$$

On peut en donner une autre particulièrement intéressante pour la théorie de Dirac. Posons

$$\gamma_1 = \Gamma_1 - i\Gamma_2, \qquad \bar{\gamma}_1 = \Gamma_1 + i\Gamma_2, \qquad \gamma_2 = \Gamma_3 + i\Gamma_4, \qquad \bar{\gamma}_2 = \Gamma_3 - i\Gamma_4;$$

ces γ sont quatre *spineurs de base* au moyen desquels il est préférable, dans certains problèmes, d'exprimer les grandeurs de l'espace à quatre dimensions. Tout nombre de Clifford U est une combinaison linéaire des seize produits

(I) $\gamma_1\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_2\bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1, \quad \bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_1\gamma_2\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2;$

(II) $\bar{\gamma}_1\gamma_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_2\gamma_2\gamma_1, \quad \gamma_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2\gamma_1\gamma_2;$

(III) $\bar{\gamma}_1\gamma_1\bar{\gamma}_2, \quad \gamma_2\bar{\gamma}_2\gamma_1, \quad \gamma_1\bar{\gamma}_2, \quad \bar{\gamma}_1\gamma_2\gamma_1\bar{\gamma}_2;$

(IV) $\gamma_1\bar{\gamma}_1\gamma_2, \quad \bar{\gamma}_2\gamma_2\bar{\gamma}_1, \quad \bar{\gamma}_1\gamma_2, \quad \gamma_1\bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1\gamma_2.$

(¹) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1321.

Considérons le nombre

$$A = \psi_1\gamma_1\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2 + \psi_2\gamma_2\bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1 + \psi_3\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2 + \psi_4\gamma_1\gamma_2\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2$$

formé avec les expressions (I); on voit facilement que $\nabla_{\!\rightarrow} A$ est un nombre qui a la même forme que A si l'on a soin d'écrire

$$\begin{aligned}\nabla_{\!\rightarrow} &= \frac{1}{2}\left[\gamma_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1} + i\frac{\partial}{\partial x_2}\right) + \gamma_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3} - i\frac{\partial}{\partial x_4}\right) + \bar{\gamma}_1\left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i\frac{\partial}{\partial x_2}\right) + \bar{\gamma}_2\left(\frac{\partial}{\partial x_3} + i\frac{\partial}{\partial x_4}\right)\right] \\ &= \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \bar{\gamma}_1\bar{p}_1 + \bar{\gamma}_2\bar{p}_2.\end{aligned}$$

L'équation

$$(2) \qquad \nabla_{\!\rightarrow} A = \alpha A$$

se décompose en

$$\begin{aligned} &p_1\psi_3 - 4\bar{p}_2\psi_4 - \alpha\psi_1 = 0, \\ &p_2\psi_3 + 4\bar{p}_1\psi_4 + \alpha\psi_2 = 0, \\ &\bar{p}_1\psi_1 - \bar{p}_2\psi_2 - \frac{\alpha}{4}\psi_3 = 0, \\ &p_2\psi_1 + p_1\psi_2 + \alpha\psi_4 = 0. \end{aligned}$$

En prenant des nombres B, C, D, qui soient respectivement des combinaisons linéaires de (II), (III), (IV), on obtient des systèmes identiques aux notations près. Dès lors l'équation (1), où U est un nombre à seize composantes, se décompose en quatre systèmes identiques de quatre équations, analogues au système de Dirac.

Il y a plus. Le groupe G_6 des rotations de l'espace E_4 est le produit direct de deux sous-groupes G_3 et G'_3. Posons

$$\Xi = (\psi_1\gamma_1 + \psi_2\gamma_2)\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2, \qquad H = (\psi_3 + \psi_4\gamma_1\gamma_2)\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2;$$

on montre alors, en utilisant des résultats qui paraîtront dans un autre recueil, que H est un invariant de G_3, et que $\psi_1\gamma_1 + \psi_2\gamma_2$ est un spineur de première espèce (grandeur du groupe G_3), $\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2$ étant un invariant de G_3. Dès lors, (2) se décompose en

$$\nabla_{\!\rightarrow}\Xi = \alpha H, \qquad \nabla_{\!\rightarrow} H = \alpha\Xi;$$

cette décomposition est *invariante relativement à* G_3. En partant de B, on trouve deux équations analogues; C et D donnent, en revanche, une décomposition invariante relativement à G'_3.

Enfin, le système

$$\nabla \rightarrow \Xi = \alpha' \mathrm{H}, \qquad \nabla \rightarrow \mathrm{H} = \alpha'' \Xi$$

entraîne

$$\nabla \rightarrow \left(\sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}}\,\Xi + \mathrm{H}\right) = \sqrt{\alpha'\alpha''}\left(\sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}}\,\Xi + \mathrm{H}\right),$$

équation de la forme (2), à laquelle il est équivalent.

Ces remarques permettent d'écrire le système de Dirac sous la forme condensée (1) si l'on remplace la fonction d'onde par un nombre de Clifford comme l'ont proposé divers auteurs. Mais il faut remarquer que la décomposition de (1) en 4 systèmes identiques, aux notations près, ne permet pas de trouver aisément un sens physique aux 16 composantes de U, à moins de déterminer les solutions de chacun des systèmes par des conditions aux limites différentes.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *L'hypothèse de ramification.* Note de M. **Georges Kurepa**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de cette Note est, tout d'abord, de mettre au point quelques résultats antérieurs, puis de simplifier quelques définitions que nous avons données ailleurs ([1]).

1. En désignant par $<$ une relation d'ordre quelconque (c'est-à-dire une relation binaire, antisymétrique et transitive) *tout ensemble* E *peut être considéré comme partiellement ordonné* (ou *semi-ordonné*) *par rapport à la relation* $<$, en indiquant par $a \| b$ que a, b sont deux points distincts de E tels qu'on n'a pas $a < b$ ni $b < a$. Si $a \| b$ (donc aussi $b \| a$), on dira que a, b sont *incomparables* par rapport à $<$ ([2]); si l'on n'a pas $a \| b$, c'est-à-dire si : ou bien $a \equiv b$ ou bien $a < b$ ou bien $b < a$, on dit que a, b sont *comparables*. Si E ne contient aucun couple de points distincts *comparables* (*incomparables*), E sera dit *disjonctif* (*ordonné ou monotone*) ([3]). En particulier, si E a un point au plus, il sera considéré comme ordonné, bien ordonné et dis-

---

([1]) Voir : *Ensembles ordonnés et ramifiés* (*Thèse*, Paris, 1935) ou *Publ. Math. Belgrade*, 4, 1935, p. 1-138.

([2]) Sans craindre aucune ambiguïté, nous supprimerons, par la suite, la phrase « par rapport à $<$ ».

([3]) Noter que E peut être ordonné par rapport à une relation d'ordre et disjonctif par rapport à une autre relation d'ordre.

jonctif. Si tout sous-ensemble *ordonné* de E est bien ordonné, E sera dit *partiellement bien ordonné* ([1]).

2. E sera dit un *tableau* (*ensemble*) *ramifié* si, quel que soit le point a de E, l'ensemble de tous les points de E *précédant* a est *bien ordonné* (*ordonné*) ([2]). E sera dit *dégénéré* si, pour tout point a de E, l'ensemble de tous les points de E *comparables à* a est *ordonné*. Par conséquent, E est un tableau ramifié dégénéré s'il est dégénéré et tableau ramifié. L'ensemble vide sera considéré comme un tableau dégénéré.

Les notions de : sous-ensembles ramifiés, de sous-tableaux ramifiés dégénérés, de sous-tableaux disjonctifs de E, etc., s'entendront d'elles-mêmes.

3. T étant un tableau ramifié, désignons par bT la borne supérieure des puissances pU, U parcourant la classe des sous-tableaux ramifiés dégénérés de T. Nous formulerons alors :

L'HYPOTHÈSE DE RAMIFICATION : *Quel que soit le tableau ramifié* T, *la borne supérieure* bT *est atteinte dans* T, *c'est-à-dire qu'il existe un sous-tableau dégénéré de* T *ayant la puissance* bT.

On démontre que l'hypothèse précédente est équivalente à celle-ci : Soit A un arbre généalogique quelconque ([3]) vérifiant ces deux conditions : quel que soit l'élément a de A, 1° A contient au moins trois éléments distincts ayant les mêmes prédécesseurs que a ; 2° dans chaque génération de A, sauf dans celle à laquelle appartient a, il y a un élément *en parenté directe avec* a *;* alors, *on peut choisir de chaque génération de* A *un seul élément et cela de manière que les éléments ainsi obtenus soient deux à deux en parenté collatérale* [cf. la notion descente disjonctive, *loc. cit.* (1re note), p. 93 et 136].

L'hypothèse de ramification est équivalente à chacune des trois propositions suivantes :

([1]) La théorie d'ensembles partiellement ordonnés s'impose d'elle-même dans le but d'avoir une théorie unique des nombres cardinaux et des types d'ordre (G. Cantor), des types de dimension (M. Fréchet), des types de continuité (W. Sierpinski), etc. (cf. aussi F. HAUSDORFF, *Mengenlehre*, 1914, p. 139). *Il importe de savoir définir, d'une façon naturelle, l'opération de dérivation des sous-ensembles de* E. Nous tâcherons de le faire dans un autre travail [cf. *loc. cit.* (1re note), § 8, A. 7].

([2]) Au lieu de : ensemble ramifié et tableau ramifié, on pourrait dire aussi : ensemble rangé et bien rangé, respectivement.

([3]) Toutefois, on convient que A est composé d'individus d'un seul sexe de telle sorte que la relation *être époux* n'y existe pas.

α. Le théorème inséré dans la Note des *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 882;

β. Le « théorème fondamental » inséré dans la Note des *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 112;

γ. Tout *tableau infini* a même puissance que l'un de ses *sous-tableaux dégénérés* (¹).

Voici une conséquence immédiate de l'hypothèse de ramification : *tout tableau infini non dénombrable contient un sous-tableau infini dégénéré non dénombrable* proposition que nous ne savons ni prouver ni réfuter (²), et qui est équivalente à *l'hypothèse que la réponse au problème bien connu de Souslin est affirmative* [*loc. cit.* (1re note), p. 124].

4. Remarquons que *l'hypothèse de ramification* est dans une certaine correspondance avec *l'hypothèse de Cantor*, et il semble qu'aucune d'elles n'est réductible aux axiomes courants de la théorie des ensembles. En particulier, il nous semble que *l'hypothèse de M. Lusin* (³) est incompatible avec l'hypothèse de ramification de même qu'elle est incompatible avec l'hypothèse de Cantor [cf. aussi *loc. cit.* (1re note), p. 135].

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les espaces jouissant de la propriété* (Δ). Note de M. **Karol Borsuk**, présentée par M. Émile Borel.

J'ai introduit (⁴) une propriété topologique (Δ) telle que pour les espaces compacts de dimension finie jouissant de cette propriété toutes les dimensions modulaires [au sens de P. Alexandroff (⁵)] coïncident avec la dimension au sens de Menger-Urysohn. Cette coïncidence entraîne (⁶) que dans le domaine des espaces jouissant de la propriété (Δ) la dimension du produit cartésien $M \times N$ est égale à la somme des dimensions de M et

(¹) Comparer l'énoncé (8) à *la définition* de R. Dedekind *des ensembles infinis*.

(²) Il en est de même de ce cas particulier : *chaque famille infinie non dénombrable* F *d'ensembles bien ordonnés de nombres rationnels contient une sous-famille infinie non dénombrable f dont aucun élément n'est une partie initiale d'aucun autre élément de f*.

(³) *Fund Math.*, 25, 1935, p. 109-131.

(⁴) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1086.

(⁵) *Math. Ann.*, 106, 1932, p. 161-238.

(⁶) D'après L. Pontrjagin, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1195.

de N, La question s'impose, *si le produit cartésien de deux espaces jouissant de la propriété* (Δ) *jouit lui-même de cette propriété.*

Lemme. — 1° *Prémisses :* A *et* B *sont deux sous-ensembles compacts et disjoints d'un espace métrique* E; 2° f_0 *est une fonction continue transformant* A *en un sous-ensemble d'un espace* M *compact de dimension finie et jouissant de la propriété* (Δ); 3° Φ *est l'espace fonctionnel de toutes les transformations continues de* E *en sous-ensembles de* M *coïncidant avec* f_0 *dans l'ensemble* A. *Thèse : Les fonctions* $\varphi \in \Phi$ *satisfaisant à la condition* $\dim \varphi(B) > \dim B$ *constituent un ensemble* Φ^* *de* première *catégorie dans* Φ.

En désignant par n la dimension de B et par Φ_k (pour $k = 1, 2, \ldots$) l'ensemble de toutes les fonctions $\varphi \in \Phi$ pour lesquelles la $(n+1)^{\text{ième}}$ constante de P. Urysohn [1] de $\varphi(B)$ est $< 1/k$, on constate sans peine que les ensembles Φ_k sont ouverts et denses dans Φ et que

$$\Phi^* = \Phi - \prod_{k=1}^{\infty} \Phi_k.$$

Théorème I. — *Le produit cartésien* $M^{(1)} \times M^{(2)}$ *de deux espaces* $M^{(1)}$ *et* $M^{(2)}$ *compacts, de dimension finie et jouissant de la propriété* (Δ), *jouit de la même propriété.*

Admettons que $M^{(i)}$ $(i = 1, 2)$ est situé dans un hyperplan d'un espace euclidien $R^{(i)}$ à un nombre quelconque de dimensions. $M^{(1)} \times M^{(2)}$ est alors un sous-ensemble de l'espace euclidien $R = R^{(i)} \times R^{(2)}$. Envisageons une décomposition simpliciale $\Sigma^{(i)}$ de $R^{(i)} - M^{(i)}$. Il vient de notre lemme qu'il existe une fonction $r_i(x)$ rétractant un certain entourage $U^{(i)}$ de $M^{(i)}$ (entourage dans $R^{(i)}$) en $M^{(i)}$ et satisfaisant à la condition $\dim r_i(\sigma^{(i)} \leq \dim \sigma^{(i)}$, pour tout simplexe $\sigma^{(i)}$ de $\Sigma^{(i)}$ (à un nombre quelconque de dimensions). On démontre ensuite qu'il existe pour chaque entourage U d'un point quelconque $p \in (M^{(1)} \times M^{(2)})$ un entourage U_0 tel que chaque ensemble compact $A \subset U_0(M^{(1)} \times M^{(2)})$ se laisse contracter dans un ensemble $B \subset U(U^{(1)} \times U^{(2)})$ de la forme $A + \Sigma(\sigma^{(1)}) \times \sigma^{(2)}$, où les simplexes $\sigma^{(i)}$ de $\Sigma^{(i)}$ remplissent la condition $\dim \sigma^{(1)} + \dim \sigma^{(2)} \leq \dim A + 1$. Posons maintenant $r(x^{(1)}; x^{(2)}) = [r_1(x^{(1)}); r_2(x^{(2)})]$ pour tout couple

$$(x^{(1)}; x^{(2)}) \in U^{(1)} \times U^{(2)}.$$

La fonction $r(x)$ fait alors une rétraction de $U^{(1)} \times U^{(2)}$ en $M^{(1)} \times M^{(2)}$.

(1) *Fund. Math.*, 8, 1926, p. 355.

Il en résulte que A se laisse contracter aussi dans l'ensemble

$$B_0 = r(B) \subset M^{(1)} \times M^{(2)},$$

dont le diamètre tend vers zéro avec le diamètre de U. On a d'ailleurs

$$\dim r(\sigma^{(1)} \times \sigma^{(2)}) = \dim[r_1(\sigma^{(1)}) \times r_2(\sigma^{(2)})] \leqq \dim r_1(\sigma^{(1)}) + \dim r_2(\sigma^{(2)})$$
$$\leqq \dim \sigma^{(1)} + \dim \sigma^{(2)} \leqq \dim A + 1,$$

ce qui implique l'inégalité $\dim B_0 \leqq \dim A + 1$. C. Q. F. D.

Notre théorème entraîne que la famille des espaces décomposables en nombre fini d'ensembles compacts de dimension finie et jouissant de la propriété (Δ) est fermée par rapport aux opérations d'addition et du produit cartésien. Il vient en outre du théorème III de ma Note précitée que, pour ces espaces, toutes les dimensions modulaires coïncident avec la dimension au sens de Menger-Urysohn. Il en résulte, en particulier, que la formule : $\dim(A \times B) = \dim A + \dim B$ (*Produktsatz*) est valable pour ces espaces. La classe susdite est par conséquent un « anneau dimensionnel » au sens de P. Alexandroff et A. Kolmogoroff (*loc. cit*).

Il est enfin à remarquer que la somme de deux espaces jouissant de la propriété (Δ) ne jouit pas en général de cette propriété. On peut cependant démontrer, en s'appuyant sur notre lemme, le théorème suivant :

Théorème II. — $M^{(1)}$, $M^{(2)}$ et $M^{(1)}.M^{(2)}$ *étant des ensembles compacts de dimension finie jouissant de la propriété* (Δ), *la somme* $M^{(1)} + M^{(2)}$ *jouit aussi de cette propriété.*

THÉORIE DES ENSEMBLES ET GÉOGRAPHIE HUMAINE. — *Sur un mode de coloriage des cartes rendant compte de la dispersion de l'habitat rural.* Note de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

Problème. — *Étant donné une carte à une échelle trop petite pour représenter chaque habitation rurale ou petit groupe d'habitations rurales, rendre compte par des couleurs de la plus ou moins grande dispersion dans la région représentée.*

Difficultés. — 1° Si les habitations étaient isolées, c'est-à-dire à des distances suffisamment grandes les unes des autres, il serait facile de classer d'après un chiffre représentant une distance moyenne correspondant à chaque région. Mais il faut tenir compte aussi des petits hameaux et d'autre part écarter les groupements trop importants qui changeraient la

signification du problème; 2° la présence d'un obstacle naturel entre deux habitations interdit dans certains cas de les considérer comme appartenant à la même région.

Solution proposée. — On commencera par supprimer sur la carte les *zones inexploitables*. Pour trois habitations données nous dirons qu'elles sont *voisines* si la surface du terrain délimitée par leurs chemins de communications deux à deux ne contient pas d'autre habitation. Si le chemin de communication reliant deux maisons dépasse une certaine longueur l (à cause de la présence d'un obstacle naturel par exemple) nous dirons que ces maisons ne sont pas voisines, et ce chemin de communication ne sera plus à considérer par la suite.

Autour de chaque habitation nous considérerons les points situés à une distance géographique inférieure ou égale à ρ. Cet ensemble de points sera appelé le *domaine* attaché à l'habitation.

Une habitation sera *isolée pour le rayon* ρ si son domaine n'a aucun point commun avec les domaines voisins.

Nous appellerons *hameau* (1) pour la convention (ρ, N) tout groupement d'habitations non isolées tel qu'il existe pour le domaine de chacune de ces habitations moins de N habitations à l'intérieur (2). Le hameau figurera sur la carte au point centre des moyennes distances de ses habitations et comptera pour leur nombre ν.

Lorsqu'au contraire nous trouverons plus de N habitations nous dirons que nous avons un *village*, la frontière de la réunion de tels domaines ayant des points communs deux à deux enfermera un ensemble connexe qu'on appellera *territoire* attaché au village.

Chaque village figurera définitivement sur la carte pour le nombre ν des habitations situées sur son territoire. Pour les calculs qui suivront nous utiliserons la fonction $\psi(\nu)$ à déterminer expérimentalement à la place de ν lui-même.

Ceci fait, à chaque triangle ayant pour sommets trois habitations voisines isolées ou hameaux voisins nous ferons correspondre un nombre quotient de la surface du triangle (triangle plan si la région n'est pas trop accidentée) par la somme des chiffres situés à ses sommets, chaque habitation isolée comptant pour *un*, chaque hameau pour ν, chaque village

(1) Sous réserve des travaux d'unification actuellement en cours des géographes.

(2) Si cette définition fournissait une région trop grande, c'est que le rayon ρ aurait été mal choisi.

pour $\psi(\nu)$. Soit alors la suite o, a, $2a$, ..., ka, nous affecterons à chaque intervalle une couleur et nous attribuerons cette couleur au triangle dont le coefficient appartient à l'intervalle.

Cette méthode marque il nous semble une amélioration sur les formules proposées par MM. Jean Bernard et Zierhoffer [1], formules ne tenant pas compte suffisamment de la présence des groupements singuliers.

Un Mémoire où nous appliquerons ces méthodes à quelques cartes de la région des Alpes françaises du Nord paraîtra, en collaboration avec M. Robert, dans un autre Recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction* $\zeta(s)$. Note [2] de M. N. **Tchudakoff**, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. I. Vinogradoff a démontré le théorème suivant [3] :

Théorème I. — *Soient* $a_0, \ldots, a_n$ *réels*,

$$0 < P < c_0 P_1; \qquad f(x) = a_0 x^n + \ldots + a_n;$$

$$a_0 = \frac{a}{q} + \theta q^{-2+\nu^2}; \qquad (a, q) = 1; \qquad q > 0; \qquad |\theta| \leqq 1.$$

Dans ce cas, nous aurons

$$\sum_{n=Q+1}^{Q+P} e^{2\pi i f(x)} < c_1 P_1 q^{-\rho},$$

où

$$\rho = \frac{\nu^7}{81(\log n + 1)^2}, \qquad \text{si } P_1 = q^{\frac{2}{2n-1}}.$$

Ensuite on peut remarquer que

$$c_1 < e^{n^A},$$

où $A > 0$ et ne dépend pas de n.

En utilisant ce théorème, je démontre le théorème suivant :

Théorème A. — *Soit* δ *la distance entre un zéro de la fonction* $\zeta(s)$ *et la*

---

(1) Jean Bernard, *Comptes rendus du Congrès international de Géographie*, Paris, 1931, 3, p. 108; Zierhoffer, *Congrès international de Géographie*, Varsovie, 1934, *Résumé des communications*, p. 153.

(2) Séance du 13 janvier 1936.

(3) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 514.

droite

$$\sigma = 1;$$

alors il existe deux constantes absolues c et ϑ telles que

$$\delta \geqq c \frac{(\log t)^{\vartheta}}{\log t} \qquad \left(t \geqq t_0;\ 0 < \vartheta < \frac{1}{8};\ c > 0\right).$$

Démonstration. — Les estimations de M. Weyl donnent l'égalité

$$\zeta(s) = \sum_{n \leqq t^{\frac{1}{10}}} \frac{1}{n^s} + O(\log^2 t),$$

où

$$\sigma \geqq 1 - \frac{1}{2^9 . 11}, \qquad t \geqq t_0 > 3.$$

Ensuite en évaluant la fonction $\zeta(s)$ dans le domaine

$$\sigma \geqq 1 - (\log t)^{-\vartheta_1}, \qquad 0 < \vartheta_1 < \frac{7}{8},$$

nous obtenons

$$|\zeta(s)| \leqq e^{c_2 (\log t)^{\tau}},$$

où $c_2 > 0;\ 0 < \tau < 1$.

En prenant, ensuite, la courbe

$$\sigma = 1 + c_3 (\log t)^{-1+\vartheta}$$

et, en décrivant, autour de chaque point de cette courbe comme centre, un petit cercle de rayon

$$r = c_4 (\log t)^{-\vartheta_1},$$

nous obtenons à l'aide des raisonnements usuels

$$\delta \geqq c (\log t)^{-1+\vartheta}.$$

Il en résulte :

Théorème B. — *Soit*

$$\pi(x)$$

le nombre de nombres premiers entre 0 *et x.*

Alors

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dx}{\log x} + O(x e^{-c_5 (\log x)^{\mu}}),$$

où

$$\frac{1}{2} < \mu < \frac{28}{53}.$$

Le théorème B résulte du théorème A à l'aide de raisonnements d'un type classique.

Une démonstration complète des théorèmes A et B (ainsi que les estimations plus exactes des nombres ϑ et μ) sera donnée par nous dans un autre Recueil.

Le théorème A permet d'améliorer l'estimation de la différence

$$p_{n+1} - p_n,$$

où p_n et p_{n+1} sont des nombres premiers voisins, savoir

$$p_{n+1} - p_n = O\left(p_n^{\frac{9}{10}}\right).$$

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le maximum de précision des estimations gaussiennes à la limite.* Note de M. **Daniel Dugué**, présentée par M. Émile Borel.

M. R. A. Fisher, dans plusieurs Mémoires à partir de 1921, en particulier *The logic of inductive influence* [1], a énoncé les propositions suivantes dont il a donné de très importantes applications :

a. L'estimation fournie par la méthode du *maximum of likelihood* est gaussienne à la limite et son écart-type peut être calculé.

b. De toutes les estimations gaussiennes elle est celle qui fournit l'écart type minimum.

M. J. L. Doob a donné la démonstration rigoureuse de la proposition *a* [2].

Le but de cette Note est de fournir une démonstration de la proposition *b*.

Soit une loi de probabilité à un paramètre $f(x, m)\,dx$,

$$(1) \qquad \int f(x, m)\,dx = 1 \qquad \text{(quel que soit } m\text{)}.$$

La probabilité d'une expérience composée des mesures $x_1, x_2, \ldots, x_n$ est

$$\prod_1^n f(x_i, m)\,dx_i = \mathrm{F}\,d\omega.$$

Appelons suivant la notation consacrée par l'usage $\mathrm{E}[g(x_1, \ldots, x_n)]$

(1) *Journal of the Royal Statistical Society*, 98, Part I, 1935, p. 39.

(2) *Transactions of American Mathematical Society*, 36, 1934, p. 759.

l'expression $\int g(x_1, \ldots, x_n) \mathrm{F}\, d\omega$, l'intégrale étant étendue à tout le domaine de variation des variables aléatoires $x_1, \ldots, x_n$.

Il en résulte en vertu de (1) que

$$(2) \quad \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}} \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial m}\right)^2\right] = \sum_1^n \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{f(x_i, m)} \frac{\partial f(x_i, m)}{\partial m}\right)^2\right] = n\,\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial m}\right)^2\right] = ng.$$

Soit $m_1(x_1, \ldots, x_n)$ une estimation du paramètre m; en faisant dans la loi $\mathrm{F}\, d\omega$ le changement de variables aléatoires $m_1, \xi_1, \ldots, \xi_{n-1}$ on trouve la loi

$$\mathrm{F}_1(m_1, m)\, dm_1\, \Lambda[\xi_1, \ldots, \xi_{n-1}, m_1, m]\, d\xi_1, \ldots, d\xi_{n-1} = \mathrm{F}_1\, dm_1\, \mathrm{H}\, d\omega_1,$$

en séparant la probabilité pour que le point représentatif de l'expérience se trouve sur la surface $m_1 = \text{const.}$, de la probabilité liée pour qu'une fois sur cette surface il occupe la position $x_1, \ldots, x_n$; ce qui entraîne

$$(1') \qquad \int \mathrm{F}_1\, dm_1 = 1, \qquad \int \mathrm{H}\, d\omega_1 = 1.$$

De (1') et du fait que le déterminant fonctionnel $\frac{\mathrm{D}(x_1, \ldots, x_n)}{\mathrm{D}(\xi_1, \ldots, \xi_{n-1}, m_1)}$ ne contient pas m on déduit que

$$(3) \qquad \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}} \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial m}\right)^2\right] = \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m}\right)^2\right] + \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{H}} \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial m}\right)^2\right].$$

Par conséquent

$$(4) \qquad \frac{1}{n}\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m}\right)^2\right] \leqq \frac{1}{n}\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}} \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial m}\right)^2\right] = g.$$

L'égalité n'ayant lieu que lorsque le deuxième terme du deuxième membre de (3) est nul, ce qui entraîne $\partial \mathrm{H}/\partial m = 0$ (estimation exhaustive).

En prenant comme variable aléatoire $\mu = \sqrt{n}(m_1 - m)$, la loi $\mathrm{F}_1\, dm_1$ devient $\mathrm{F}_1(m + \mu/\sqrt{n}, m)\, d\mu/\sqrt{n}$. On a donc

$$\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m} = \frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m} - \sqrt{n}\, \frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \mu}.$$

(Le signe ∂ indique la dérivation après le changement de variables.)

Donc

$$\frac{1}{n}\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m}\right)^2\right] = \frac{1}{n}\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m}\right)^2\right] + \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \mu}\right)^2\right] - \frac{1}{\sqrt{n}}\mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{F}_1^2} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial \mu} \frac{\partial \mathrm{F}_1}{\partial m}\right)\right].$$

Si la première et la troisième espérance mathématique du deuxième membre sont bornées, la limite du premier membre est celle, si elle existe, de $E[(1/F_1 . \partial F_1/\partial\mu)^2]$.

En mettant $F_1(\mu)$ sous la forme

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp.\left[-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right]\times[1+A_n(\mu)],$$

on montre que, si $A_n(\mu)$ est tel que $\int \mu F_1(\mu)\,d\mu \to 0$ et $\int \mu^2 F_1(\mu)\,d\mu \to \sigma^2$,

$$\frac{1}{\sigma^2} \leq \lim E\left[\left(\frac{1}{F_1}\frac{\partial F_1}{\partial\mu}\right)^2\right] \leqq g.$$

On voit donc que $\sigma_\mu^2 \geqq 1/g$ et $\sigma_{m_1}^2 \geqq 1/ng$.

J. L. Dobb a montré (*loc. cit.*) que l'estimation par la méthode du *likelihood* a pour écart type $1/\sqrt{ng}$.

C'est donc avec raison que M. R. A. Fisher lui donne le nom d'optimum.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la multiplicité du développement trigonométrique.* Note de Mlle **Catherine Nersessian**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Généralités.* — On appelle *ensemble de l'unicité du développement trigonométrique*, ou bien simplement *ensemble* (U), tout ensemble E de points de l'intervalle $(0 < x < 2\pi)$, si l'égalité

$$(1) \qquad 0 = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

n'a lieu en dehors de E que dans le cas où tous les coefficients a_n et b_n sont nuls. Au contraire, tout ensemble E qui admet un développement (1) à coefficients non nuls convergent vers 0 en dehors de E sera, par définition, *ensemble de la multiplicité du développement trigonométrique* ou bien *ensemble* (M).

On sait que, d'après le théorème classique de Heine-Cantor, tout ensemble dénombrable *réductible* est un ensemble (U), et que, d'après les recherches de MM. W. H. Young et Ch.-J. de La Vallée-Poussin, tout ensemble *dénombrable* est encore un ensemble (U). D'autre part, l'ensemble de tous les points x pour lesquels la série trigonométrique (1) converge

vers o est un ensemble *mesurable* B ainsi que son complémentaire. Or, tout ensemble mesurable B, non dénombrable contient sûrement un ensemble parfait. Dans ces conditions, il est naturel de commencer l'étude des ensembles (M) par considérer les ensembles *parfaits* de mesure nulle.

C'est M. Menchoff qui est parvenu le premier à trouver un ensemble (M) parfait de mesure nulle. D'autre part, Mlle Bary et, indépendamment, M. Rajchman ont fait la découverte de l'existence des ensembles (U) *parfaits*. D'ailleurs, Mlle Bary a démontré que toute réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles parfaits (U) *quelconques* est toujours un ensemble (U).

L'intérêt de l'existence des ensembles (U), soient E, mesurables B et *partout non dénombrables* consiste en ce que le développement trigonométrique

$$(2) \qquad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

convergeant vers $f(x)$ en dehors de E est un développement *unique* et, néanmoins, on ne sait aucun procédé de calculer ses coefficients a_n et b_n en sachant la fonction $f(x)$.

Les travaux très importants de M. Arnaud Denjoy sur le calcul des coefficients des séries trigonométriques supposent, il nous paraît, essentiellement que E est *dénombrable*.

2. *Théorème fondamental.* — Le but de cette Note est de donner un critère *suffisant* pour qu'un ensemble parfait P de mesure nulle soit un ensemble (M).

La notion fondamentale qui s'introduit dans la considération de tels ensembles est celle *de point de quasi-densité*.

Nous dirons qu'un point ξ d'un ensemble parfait P *quelconque* est un point de quasi-densité, si le rapport $1/d$ de la longueur l d'un intervalle δ contigu à P à la distance d de δ au point ξ tend vers zéro lorsque l'intervalle δ s'approche indéfiniment du point ξ en restant constamment du même côté de celui-ci.

Nous pouvons maintenant énoncer la proposition principale :

Théorème fondamental. — *Si l'ensemble des points de quasi-densité d'un ensemble parfait* P quelconque *est partout dense dans* P, *tout résiduel* R *de* P *est un ensemble* (M).

Comme tout point de densité d'un ensemble parfait P de mesure *positive* est évidemment un point de quasi-densité de P, nous avons pour consé-

quence *concrète* du théorème fondamental : *tout ensemble* E *mesurable* B *et de deuxième catégorie dans* P, *mes.* P > 0, *est sûrement un ensemble* (M).

Voici maintenant dans cet ordre d'idées une hypothèse qui paraît être très probable : *si un résiduel d'un ensemble parfait* P *est un ensemble* (M) tout *résiduel de* P *l'est aussi.*

Une autre question, bien plus difficile que la précédente et cependant bien plus importante, consiste à se demander *si tout ensemble* (M) *mesurable* B *contient ou non un ensemble* (M) *parfait?* Si cette question admet une réponse positive, l'étude des ensembles (M) mesurables B se réduit au cas des ensembles (M) parfaits.

3. *Problème.* — En reprenant les notations précédentes, nous appellerons *indice de quasi-densité* d'un ensemble parfait P au point ξ la plus grande limite du rapport $1/d$ lorsque δ tend vers ξ par tous les côtés *possibles.* Il paraît que l'hypothèse suivante est très probable :

Si un ensemble parfait P *a l'indice de quasi-densité supérieur à une constante positive* K *en tout point de* P, *l'ensemble* P *est un ensemble* (U).

Mais, pour arriver à ce résultat, il faudrait approfondir beaucoup les procédés de M[lle] Bary et de MM. Rajchman et Verblunsky.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines fonctions de deux variables attachées à des arcs de courbe.* Note de M. **Pierre Boos**, présentée par M. Gaston Julia.

La figure formée par un arc de courbe et la corde qui le sous-tend dépend d'un paramètre qui fixe la position de la figure et d'un paramètre qui en fixe la grandeur. Nous avons indiqué précédemment (1) la méthode utilisée pour étudier l'un des éléments de cette figure, à savoir la longueur l de l'arc, dans le cas où la courbe est tracée sur une surface (la corde est alors une géodésique) lorsqu'on prend pour paramètres l'abscisse curviligne s de l'origine M de l'arc et la tangente d de l'angle formé en M par l'arc et la corde. Rappelons que nous disons qu'une courbe est une courbe (P) lorsque l ne dépend que de d, et qu'elle est une courbe (P') lorsque l est égal au produit d'une fonction de s par une fonction de d ; les résultats obtenus peuvent être interprétés de la façon suivante : une courbe (P) ou (P') est la trajectoire d'un point d'une surface soumis aux transformations

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1623 et 2271.

d'un groupe continu, transformant la surface en elle-même et les géodésiques en géodésiques; la courbe (P) correspond au cas où les transformations conservent les longueurs et la courbe (P') au cas où elles multiplient les longueurs par un même facteur. Il en résulte que la figure étudiée subit, lorsque M se déplace sur une courbe (P), un déplacement analogue à une translation le long de la courbe ou, lorsque M se déplace sur une courbe (P'), une transformation analogue à une homothétie dont le centre serait sur la courbe.

Ces remarques géométriques nous ont conduit à étudier d'autre fonctions, de s et d, attachées à la figure et qui doivent avoir des formes particulières lorsque la courbe est une courbe (P) ou (P') : nous avons envisagé la longueur L de la corde, le rapport r_1 de L à l, l'aire A balayée par une géodésique qui passe par M et dont un point décrit l'arc, le rapport r_2 de A au produit lL, la flèche F, le rapport r_3 de F à l, le rapport r_4 à l de la distance du point M au point d'incidence de la flèche, l'angle β (déterminé par sa tangente d_1) formé par la corde et l'arc à l'extrémité de celui-ci. En généralisant la méthode indiquée, nous avons démontré que :

1° *si l'une des fonctions* l, L, A, r_2, r_3, d_1 *est une fonction impaire de la variable* d, *ou si l'une des fonctions* F, r_1, r_4 *est une fonction paire de la même variable, la courbe est une courbe* (P);

2° *si l'une des fonctions* L, A, F (et l par définition) *est indépendante de* s, *la courbe est une courbe* (P); *si l'une de ces mêmes fonctions est égale au produit d'une fonction de* s *par une fonction de* d, *la courbe est une courbe* (P');

3° *si l'une des fonctions* r_1, r_2, r_3 *ne dépend que de* d, *la courbe est une courbe* (P) *ou* (P').

L'étude des fonctions $r_4(s, d)$ et $d_1(s, d)$ est plus difficile. Ces fonctions sont indépendantes de s sur les courbes (P') et ont sur les courbes (P) une expression particulièrement simple ($r_4 = 1/2$; $d_1 = -d$); on voit immédiatement qu'elles ne peuvent être indépendantes de s que si la courbure géodésique de la courbe est une constante ou bien une fonction de la forme $(as + b)^{-1}$ (a et b constantes). *En faisant l'hypothèse supplémentaire que la courbure géodésique n'est pas une constante*, nous avons pu démontrer que *la courbe doit être une courbe* (P') *pour que* r_4 *soit indépendant de* s; les autres résultats sont moins généraux que pour les autres fonctions. La difficulté tient à ce que le premier coefficient, g, de forme inconnue, figurant dans le ds^2 de la surface, intervient en même temps que sa dérivée dans le premier terme, du développemement de r_4 ou d_1, qui dépend de lui; il en résulte que la forme de g est déterminée par une équation différen-

tielle linéaire du premier ordre dont le second membre est une constante arbitraire; la recherche du deuxième terme où figure g fournit une équation linéaire du second ordre. Dans le cas de la fonction d_1, ou bien dans le cas de la fonction r_4 si l'on suppose la courbure géodésique constante, l'intégrale générale de la première équation est une intégrale de la seconde; au contraire, si l'on suppose que la courbure n'est pas constante, nous pourrons conclure dans le cas de la fonction r_4 comme il est indiqué ci-dessus. La condition nécessaire que nous trouvons dans le cas général n'est certainement pas suffisante; mais nous n'avons pu obtenir, par le procédé utilisé, une condition nécessaire et suffisante pour que r_4 ou d_1 ne dépende que de d.

De même que les cercles d'un plan, les courbes (P) sont caractérisées par le fait que l'enveloppe de la corde qui sous-tend l'arc MM_1 est une courbe parallèle (sur la surface) à la courbe étudiée lorsque la longueur de l'arc est constante ou bien lorsque l'angle en M est constant. Par contre les courbes (P) ne possèdent pas, toutes, cette autre propriété des cercles : *la longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle sous lequel on le voit de son origine;* il faut pour cela que *la surface soit applicable sur un plan*.

Tous les résultats indiqués ci-dessus pour les fonctions l, L, r_1, A, β s'étendent sans difficulté aux courbes gauches d'un espace euclidien ou non euclidien de courbure constante. Il nous a semblé intéressant de rechercher si l'on pouvait, *en géométrie affine*, caractériser par des propriétés analogues des courbes admettant un groupe continu de transformations affines en elles-mêmes. Pour cela il fallait n'envisager que des éléments invariants par les transformations fondamentales de l'espace ou du plan; par suite nous n'avons étudié que les fonctions de l et de s (longueurs affines des arcs) donnant la longueur affine L de la corde et le rapport $r = L/l$, après avoir défini la corde comme étant la distance affine des éléments linéaires de l'origine et de l'extrémité de l'arc. Nous obtenons le résultat suivant, qui généralise ceux de l'espace euclidien : *si le rapport r ne dépend que du quotient de l par une fonction de s* [c'est le cas sur les courbes (P')], *la courbe est une courbe W, plane ou gauche de Klein et Lie; si ce rapport est une fonction paire de l, il est indépendant de s et les déterminants, des transformations qui transforment la courbe W en elle-même, sont égaux à* 1.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Les mouvements stationnaires généraux dans les systèmes dynamiques de la mécanique non linéaire*. Note [1] de MM. **Nicolas Kryloff** et **Nicolas Bogoliouboff.**

Envisageons un système dynamique dont l'état à un instant t est caractérisé par un point $P\{x_1, \ldots, x_n\}$ de l'espace euclidien E_n et supposons que les mouvements de ce système sont régis par des équations différentielles de la forme

$$x'_k = X_k(x_1, \ldots, x_n) \qquad (k=1, \ldots, n).$$

Désignons par T_tP le point de E_n qu'occupe à l'instant t le point mobile, qui se trouvait à l'instant initial en P, la notation T_tA, A étant un ensemble quelconque de E_n, ayant une signification analogue.

En général, pour les systèmes dynamiques considérés en mécanique non linéaire à l'occasion des différents problèmes concernant les oscillations non linéaires, les conditions suivantes ont lieu :

Il existe un domaine $D \subset E_n$ *tel que* $T_tD \subset D$ *pour* $t \geq 0$ (dans les cas ordinaires $D = E_n$) *dans lequel les fonctions* X_k *sont réelles, bornées et vérifient des conditions de Lipschitz.*

On peut trouver un ensemble borné et fermé $\mathfrak{M} \subset D$ *de façon que, si* $P \subset D$, *alors pour les valeurs suffisamment grandes de* t, $T_tP \subset \mathfrak{M}$.

Ces conditions étant remplies on voit qu'il existe un ensemble borné et fermé $\Omega \subset \mathfrak{M}$, invariant $T_t\Omega = \Omega$ et que tous les mouvements considérés $P \to T_tP$ $(P \subset D,\ t \to +\infty)$ sont asymptotiques à cet ensemble.

On constate que T_tP est continu en t et P et qu'on a identiquement

$$T_{t+s} = T_t T_s.$$

Ainsi le problème de l'étude des mouvements sur Ω est un cas particulier du problème considéré dans notre Note précédente [2] dans laquelle, ayant en vue les extentions possibles pour les systèmes dynamiques à une infinité de degrés de liberté, nous avons admis que Ω soit un espace métrique et compact quelconque.

Nous nous proposons maintenant d'attirer l'attention sur la portée physique des résultats que nous avons énoncés.

---

(1) Séance du 23 décembre 1935.

(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1454.

Remarquons que la notion d'une mesure normalisée devient intuitive quand on considère une distribution de masse égale à l'unité en l'espace Ω; une mesure invariante correspond alors à une distribution stationnaire de cette masse et une mesure transitive, à une distribution stationnaire localisée dans un ensemble A tel qu'il n'existe pas deux distributions stationnaires différentes localisées en A.

Dans cet ordre d'idées il est clair que toute distribution stationnaire est localisée dans l'ensemble R des points transitifs fortement stables au sens de Poisson. Pour cette raison nous pouvons dénommer les mouvements correspondants aux points de R, *les mouvements stationnaires*; leur importance étant caractérisée par le fait que tout mouvement tend statistiquement vers l'ensemble des mouvements stationnaires.

Nous avons vu, en outre, que les points de R peuvent être répartis en un système Σ d'ensembles invariants dans chacun desquels il est possible de localiser une et une seule distribution stationnaire et que toute distribution stationnaire en Ω peut être obtenue par une sorte de composition de ces distributions transitives.

Nous dirons que les mouvements correspondant au même élément de Σ appartiennent au même *état de régime stationnaire* (ou permanent).

Soit $f(T_t P)$ une fonction continue du point mobile. On peut démontrer que si $P \subset \mathfrak{E} \in \Sigma$, alors, quel que soit t,

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau f(T_{t+\tau}P)\bar{f}(T_\tau P)\,d\tau \to \int_\Omega f(T_t P)\bar{f}(P)\,d\varphi_{\mathfrak{E}}$$

et, de là, en tenant compte des théorèmes bien connus de N. Wiener et S. Bochner, on déduit que $f(T_t P)$ *possède comme fonction du temps, un spectre bien déterminé pour tout mouvement stationnaire et que ce spectre reste le même pour deux mouvements appartenant à un état de régime stationnaire.*

AÉRODYNAMIQUE. — *Contribution à l'étude expérimentale des multiplans infinis en courant plan.* Note (1) de MM. **Albert Toussaint** et **Miroslav Nénadovitch**, présentée par M. Henri Villat.

La rareté des résultats expérimentaux concernant les multiplans avec un nombre infini d'éléments nous a conduit à entreprendre quelques recherches méthodiques sur ces cellules.

(1) Séance du 9 décembre 1935.

Dans ce but nous avons réalisé, d'une part, le courant plan dans une soufflerie à circuit fermé et, d'autre part, des cellules multiplanes à ailes égales (profil théorique biconvexe symétrique du type Joukowski, de 14 pour 100 d'épaisseur) en nombre de 9 à 21. Les cellules expérimentées sont caractérisées par la *distance relative* d/l (distance entre les centres) et le *décalage angulaire* δ (angle fait par la perpendiculaire à l'axe de portance nulle et la droite qui joint les centres des profils d'ailes). Les paramètres énoncés ont évolué comme suit :

$$\delta = -50^\circ, \quad -30^\circ, \quad -15^\circ, \quad 0^\circ, \quad 15^\circ, \quad 30^\circ, \quad 50^\circ,$$

dans le cas $d/l = 1$ et

$$\delta = -55^\circ, \quad -45^\circ, \quad -30^\circ, \quad -15^\circ, \quad 0^\circ, \quad 15^\circ, \quad 30^\circ, \quad 45^\circ, \quad 55^\circ,$$

dans le cas $d/l = 1,5$.

Ainsi nous avons obtenu 16 cellules différentes.

Le dispositif expérimental nous a permis de mesurer les forces aérodynamiques de l'aile médiane de la cellule multiplane en présence des autres ailes. Pour changer les incidences nous avons tourné l'aile expérimentée autour de son foyer (liaison avec la balance à l'extérieur du courant), tandis qu'un dispositif spécial a assuré le changement d'incidence du multiplan entier simultanément et indépendamment de l'aile pesée ce qui conduit à une cellule multiplane *déformable* avec les incidences.

Nous avons pu constater que les caractéristiques aérodynamiques d'une aile de la cellule multiplane diffèrent considérablement de celles de l'aile constitutive considérée isolée.

Nous avons trouvé en particulier :

1° une variation de l'angle de portance nulle de sens positif pour les décalages positifs et de sens négatif dans le cas contraire;

2° une évolution de la pente $dCy/d\alpha$ qui augmente avec le décalage;

3° une variation du moment autour du foyer à la portance nulle, de sens négatif (moment « piqueur ») pour les décalages positifs et vice-versa;

4° un déplacement du foyer par rapport à celui de l'aile constitutive à l'état isolé.

Les caractéristiques aérodynamiques que nous venons de résumer sont plus accentuées pour les faibles valeurs de d/l.

ACOUSTIQUE. — *Sur la variation avec la température de l'absorption des ondes ultrasonores par les liquides.* Note de M. **Ernest Baumgardt**, présentée par M. Paul Langevin.

Des recherches expérimentales sur l'absorption des ultrasons par les liquides, exécutées par P. Biquard [1], A. L. Quirk [2] et P. Bažulin [3] ont montré que les coefficients d'absorption mesurés sont beaucoup plus élevés que ne le prévoit la théorie.

Il est facile de montrer que, dans l'expression théorique du coefficient d'absorption, c'est le terme d'amortissement par viscosité qui est de beaucoup le plus important. Ce terme a pour expression

$$\alpha_a = \frac{2\eta\omega^2}{3\rho_0 V_0^3}, \tag{1}$$

η indiquant le coefficient de viscosité, ρ_0 la densité, ω la pulsation et V_0 la vitesse du son.

Or, pour nombre de liquides on connaît ρ_0, V_0 et η en fonction de la température. En opérant à une pulsation ω fixe, mais à température variable, on aurait

$$\alpha_a(t) = \text{const.}\frac{\eta(t)}{\rho_0(t)\,[V_0(t)]^3}. \tag{2}$$

J'ai mesuré la variation avec la température de l'absorption des ondes ultrasonores par l'eau, entre 18 et 40° C., pour la fréquence ultrasonore $N = 7,9578.10^6$. La méthode de mesure est celle indiquée par P. Biquard.

Rappelons brièvement le principe de cette méthode. Un faisceau de lumière parallèle traverse une cuve à parois transparentes contenant le liquide à étudier. A la partie supérieure de la cuve est disposé un quartz piézoélectrique émettant des ultrasons dont les plans d'onde sont parallèles au faisceau lumineux. On sait que dans ces conditions le liquide perturbé agit comme un réseau, à condition que la section du faisceau soit grande par rapport à la longueur d'onde des ultrasons. La mesure de la propor-

---

(1) P. Biquard, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1935.

(2) A. L. Quirk, *Absorption of Ultrasonic Waves in Liquids*, *The Catholic University of America*, 1934.

(3) P. Bažulin, *Phys. Z. der Sowjetunion*, 8, 1935, p. 354-358.

tion de lumière diffractée à différentes distances du quartz émetteur permet de déduire le coefficient d'absorption des ondes ultrasonores.

Pour réduire les erreurs de mesure j'ai adopté la modification suivante : ayant terminé une mesure complète du coefficient d'absorption à la température ambiante, j'ai mesuré les taux de lumière diffractée à différentes températures et ceci en opérant à une distance fixe du quartz émetteur. L'intensité de l'émission ultrasonore du quartz en fonction de la température peut être calculée facilement. Dans le cas de l'eau, elle ne varie que de quelques millièmes entre 18 et 40°. L'erreur ainsi introduite dans le calcul du coefficient d'absorption est du même ordre de grandeur.

t (degré C).	100 α_a théor.	100 α_a exp.	α_a théor. unité arbitraire.	α_a exp. unité arbitraire.
18,6...........	0,573	1,73	100	100
22,2...........	0,500	1,53	87	88,5
22,5...........	0,493	1,49	86	86
31,2...........	0,393	1,21	68,5	70
39,5...........	0,327	1,04	57	60

Dans les deux dernières colonnes du tableau sont portées les valeurs des coefficients d'absorption théoriques et expérimentaux, évalués en unités arbitraires. La comparaison des nombres ainsi obtenus montre bien, qu'aux erreurs d'expérience près, la variation du coefficient d'absorption avec la température peut être prévue à l'aide d'une loi du type $\alpha_a = \text{const.}\,\eta/\rho_0 V_0^3$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'absorption dans la matière des protons de grande énergie.* Note de M. **Jacques Solomon**, présentée par M. Paul Langevin.

Jusqu'ici seule a été considérée l'absorption due à l'ionisation des atomes rencontrés. Je me propose d'étudier la perte d'énergie par rayonnement. Celui-ci peut intervenir, soit par interaction des champs du noyau et du proton incident, soit par interaction des champs d'un électron atomique et de la particule incidente. Dans le premier cas, il est facile de se rendre compte que le problème est le même que pour un électron incident. La seule modification qui interviendra consistera dans le remplacement dans l'expression de la formule de Klein-Nishina de la masse m_0 de l'électron par la masse M du proton. La perte d'énergie sera de ce fait $(1850)^2$ fois

plus faible que pour le cas de l'électron. Encore n'avons-nous pas tenu compte de l'entraînement du noyau qui introduit un facteur $(1 - Z/A)^2$, où A est la masse et Z le nombre nucléaire de l'élément considéré, soit donc un facteur supplémentaire $1/4$. Cette perte d'énergie est donc absolument négligeable.

Quant à l'importance du rayonnement causé par l'interaction entre électrons atomiques et proton incident, la méthode de Williams-Weizsäcker nous montre que la section efficace pour une interaction électron-proton s'écrit, en désignant par ξ la quantité $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$,

$$\frac{d^2}{137}\frac{\log\xi}{\xi} \qquad \left(d = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2,8.10^{-13}\,\text{cm}\right).$$

Ceci nous donne pour la perte d'énergie par centimètre

$$\frac{4d^2}{137}\log 2\xi. \tag{1}$$

La seule question un peu délicate est celle qui concerne la façon dont intervient Z dans (1). Cela dépend évidemment de la façon dont les électrons atomiques diffusent la radiation : de manière cohérente ou incohérente. Le rapport

$$k = \frac{\lambda}{a_0 Z^{-\frac{1}{3}}},$$

où λ est la longueur diffusée et a_0 le rayon de la première orbite de Bohr, nous indique, pour le modèle de Thomas Fermi, ce mode de diffusion [1]. Si k est très grand, Z interviendra par son carré; si k est très petit, la perte d'énergie sera simplement proportionnelle à Z. Or, on peut montrer [2] que la proportion d'énergie diffusée dans les fréquences inférieures à

$$\frac{c}{a_0 Z^{-\frac{1}{3}}} = \frac{m_0 e^2 Z^{-\frac{1}{3}}}{137 h}$$

est donnée par

$$\frac{1}{3}\,\frac{Z^{-\frac{1}{3}}}{137\,\xi}\,\frac{4\log 183\,Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}}{\log 2\xi - \frac{1}{3}}$$

---

(1) Nous ne tenons pas compte de l'effet d'écran des autres électrons qui ne peut affecter nos résultats de manière sensible.

(2) H. Bethe et W. Heitler, *Proc. Roy. Soc.*, **146**, 1934, p. 83-113

pour les énergies incidentes inférieures à $137 m_0 c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ et par

$$\frac{4}{3}\frac{Z^{-\frac{1}{3}}}{137\xi}\left(1+\frac{1}{36\log 183 Z^{-\frac{1}{3}}}\right)$$

pour les énergies supérieures à $137 m_0 c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$.

La perte d'énergie que nous venons d'étudier sera donc proportionnelle à Z. Mais on voit qu'en raison du facteur 1/137 elle sera négligeable.

En résumé, les protons de grande vitesse perdent leur énergie essentiellement par ionisation. Pour les vitesses suffisamment voisines de la vitesse de la lumière, les pertes d'énergies linéaires par ionisation sont très approximativement égales pour des protons et des électrons de même vitesse. Mais pour ces mêmes énergies, les électrons perdent beaucoup plus d'énergie par rayonnement que par ionisation, de sorte que l'on voit qu'à vitesse égale les protons de très grande énergie seront beaucoup plus pénétrants que les électrons, à l'inverse de ce qui se passe pour les faibles vitesses. Le domaine de transition entre ces deux cas limites est de l'ordre de 50 millions d'électrons-volts, pour l'eau comme pour le plomb.

ÉLECTRICITÉ. — *Recherche du changement magnétique de la constante diélectrique des liquides dans un champ de 20,4 Kgauss.* Note de M. **Arkadjusz Piekara**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les mesures de l'effet magnétique sur la constante diélectrique des liquides ont été effectuées jusqu'à présent avec le grand électroaimant de Bellevue dans les champs entre 25 et 50 Kgauss (¹). L'erreur commise sur la variation $\Delta\varepsilon$ de la constante diélectrique, à cause de nombreuses difficultés, atteignait 10 pour 100 dans les champs les plus élevés. Par suite, dans un champ de 25 Kgauss, *elle pouvait dépasser la valeur mesurée*. C'est pourquoi nous avons repris ces mesures dans les champs faibles, produits par un électroaimant (diamètre des noyaux : 9^{cm}; courant de saturation : 10 ampères).

Pour les mesures de changement magnétique $\Delta\varepsilon$ de la constante diélec-

(¹) A. Piekara et M. Schérer, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 840; **201**, 1935, p. 335.

trique on utilisait la méthode de résonance, décrite déjà ailleurs [1] (la longueur d'onde λ était de 500^m environ). Le condensateur d'étude, d'épaisseur de 6^{mm}, était placé dans l'entrefer (de 7^{mm},5) entre les pièces polaires (de 70^{mm}). Dans ces conditions l'intensité du champ magnétique était de 20,4 Kgauss. Malgré une très grande sensibilité du dispositif on n'a pas pu constater d'effet appréciable. Les résultats sont les suivants :

Hexane	$\Delta\varepsilon < 6.10^{-6}$
Sulfure de carbone	1.10^{-5}
Benzène	1.10^{-5}
Nitrobenzène	6.10^{-4}

La conductibilité du nitrobenzène rend, pour ce corps, les résultats moins certains.

OPTIQUE. — *Mesures de dispersion dans l'ultraviolet.*
Note de M. **Maurice Bayen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons réalisé un spectrographe à prisme creux et à miroirs qui permet de mesurer des indices de réfraction de liquides dans l'ultraviolet.

Principe. — Le montage utilisé est un perfectionnement de celui qu'avaient employé MM. Duclaux et Jeantet [2] pour la détermination de la dispersion de l'eau. Dans un spectrographe constitué par un collimateur et un objectif parfaitement achromatiques et par un prisme creux à liquide, fermé par des lames à faces parallèles, la position d'une image spectrale donnée par une radiation déterminée dépend uniquement de l'indice du liquide pour cette radiation. On peut donc établir une correspondance entre cet indice et l'abscisse de l'image spectrale par rapport à un repère fixe pris sur la plaque.

L'étalonnage s'effectue en utilisant une radiation visible le prisme étant

---

(1) A. Piekara, *Bull. Acad. Pol.*, 45, A., 1928, p. 201. Dans le circuit récepteur nous avons employé au lieu d'une triode une penthode puissante (Philips, C 243 N), ce qui a permis d'augmenter considérablement la sensibilité du dispositif : on pouvait apprécier le millionième de la capacité du condensateur lorsque celui-ci ne renfermait pas de liquide.

(2) *Journ. de Phys.*, 2, 1921, p. 346.

successivement rempli de liquides dont on a déterminé au préalable les indices pour cette radiation au moyen d'un réfractomètre.

L'indice d'un liquide quelconque pour une radiation ultraviolette se déduit alors de la distance du repère à l'image spectrale qui correspond à cette radiation.

Réalisation. — MM. Duclaux et Jeantet supprimaient le collimateur et l'objectif du spectrographe et limitaient les faisceaux par des fentes étroites, procédé qui a l'inconvénient de conduire à un appareil peu lumineux. Dans le montage que nous décrirons plus en détail ultérieurement, nous utilisons des miroirs concaves platinés de 2^{m} de rayon de courbure, de 7^{cm} de diamètre de bord. Ils sont fixés sur un bâti en fer cornière très rigide. Le prisme est limité par deux lames de quartz de 4^{cm} de côté taillées parallèlement à l'axe. Le parallélisme des faces, particulièrement important est réalisé au quart de frange.

Précision. — Pour l'étalonnage, nous ne disposions que d'un réfractomètre d'Abbe qui donne les indices pour la raie D avec seulement quatre décimales. Nous mesurions les longueurs sur nos clichés à la machine à diviser. Dans les cas les plus défavorables, la précision de nos pointés était de 1/100e ou de 2/100e de millimètre. Une variation d'indice d'une unité de la quatrième décimale correspond sur nos clichés à un déplacement de plus de 1/10e de millimètre. Nous aurions donc pu atteindre la cinquième décimale si nous avions disposé d'un réfractomètre plus précis.

Mesures et résultats. — Nous avons appliqué la méthode à l'heptane, à l'heptène et à l'heptine liquides dont M. Bruhat [1] a mesuré les indices par un procédé entièrement différent pour les raies de l'arc au mercure.

Nos sources de lumière ultraviolette étaient des étincelles condensées entre tiges de cuivre ou entre tiges de cadmium ou encore entre des tiges de ces métaux et du mercure.

Pour l'heptane, nous avons opéré à 23° sur trente radiations comprises entre 5896 et 2265 angströms. Les résultats sont représentés par la formule

$$n^2 = 1{,}89729 + \frac{0{,}8886.10^6}{\lambda^2 - 1195060} \quad (\lambda \text{ en angströms}).$$

Les écarts entre les nombres mesurés et les nombres calculés sont au maximum de 0,0002 pour les radiations de longueur d'onde supérieure

(1) Bruhat et Guinier, *Journ. de Phys.*, 4, 1933, p. 691.

à 2900. L'écart est plus important pour les longueurs d'onde plus petites. Il atteint 0,0009 pour 2537 et 0,0020 pour 2265 angströms.

Pour l'heptène et l'heptine nous avons utilisé 20 radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre 5896 et 2749 Å. Les résultats sont représentés par les formules suivantes :

Pour l'heptène à 23° :

$$n^2 = 1,92364 + \frac{1,0301.10^6}{\lambda^2 - 1877300}.$$

L'écart maximum est 0,0002.

Pour l'heptine à 22°,5 :

$$n^2 = 1,95065 + \frac{1,0556.10^6}{\lambda^2 - 1583500}.$$

L'écart maximum est 0,0002 pour $\lambda > 3000$. Il atteint 0,0004 pour $\lambda < 3000$.

Pendant nos mesures la température n'a pas varié d'un quart de degré.

Dans le cas de l'heptane et de l'heptène les nombres que nous publierons ultérieurement diffèrent de ceux de M. Bruhat de $0,0020 \pm 0,0003$ (sauf pour la radiation 5460 qui représente des écarts anormaux), différences qui peuvent être expliquées par la non identité des conditions de température. (Une variation de température de 1° produit une variation d'indice dont l'ordre de grandeur est 0,0004 dans le cas de l'heptane.)

Dans le cas de l'heptine, nos tableaux concordent un peu moins bien, les écarts étant $0,0020 \pm 0,0013$.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'existence de l'anhydride chloreux.* Note de M. **Michel Kantzer**, présentée par M. Charles Fabry.

L'existence de l'anhydride chloreux, de formule Cl^2O^3, est contestée. Ce corps est parfois considéré comme un mélange de bioxyde ClO^2 et d'oxygène. Gernez, en particulier, a observé l'identité des spectres d'absorption dans le visible des deux gaz ClO^2 et Cl^2O^3 présumé.

J'ai repris ces observations et trouvé des résultats différents.

Le bioxyde ClO^2 était produit par action de l'acide sulfurique concentré sur le chlorate de potassium maintenu à — 15° dans un mélange réfrigérant, réaction classique qui conduit à la formation de perchlorate :

$$(1) \qquad 3Cl^2O^5 \rightarrow Cl^2O^7 + 2Cl^2O^4.$$

S'il y a formation de Cl^2O^3, c'est d'après la réaction

(2) $$2Cl^2O^5 \rightarrow Cl^2O^7 + Cl^2O^3$$

qui intervient en même temps que (1). En produisant la réaction dans un milieu organique facilement chloré et oxydé, on détruit l'oxyde ClO^2 connu pour son action sur les composés organiques, en faveur de (2). J'ai employé l'acide undécylénique dont la liaison éthylénique est sensibilisée sous l'action de l'acide sulfurique. Les spectres d'absorption comparés au microphotomètre, des gaz produits dans le milieu sulfurique pur et le milieu undécylénique me conduisent aux conclusions suivantes :

Le spectre décrit par Gernez et ses successeurs est la superposition des spectres dus à ClO^2 et Cl^2O^3. Ce dernier corps existe effectivement; on peut, sinon l'isoler, du moins en enrichir énormément le mélange avec ClO^2.

Le corps Cl^2O^3, qui peut se formuler OO^2Cl^2 apparaît ainsi comme le premier terme de la série des chlorures de sulfuryle (SO^2Cl^2) et de chromyle (CrO^2Cl^2). Ces trois spectres présentent d'ailleurs d'intéressantes analogies.

Spectre d'absorption de Cl^2O^3. — La région étudiée s'étend de 3500 Å au rouge.

De 3500 Å à 4260 Å absorption continue. A partir de 4260, le spectre se compose de bandes larges.

4260–4277	4280–4290	4310–4345	4360–4385	4398–4432
4450–4468	4490–4515	4525–4557	4580–4615	4630–4649

Au delà, transparence pour les épaisseurs utilisées (pas supérieures à 10^{cm} sous pression atmosphérique).

Spectre d'absorption de ClO^2. — L'étude est faite dans la même région et dans les mêmes conditions. Le spectre présente trois groupes de bandes occupant chacune une largeur maxima de trois angströms. Les chiffres se rapportent au maximum de noircissement de la plaque photographique.

3895	3915	3925			
3950	3980	3995	4010	4020	4049
4105	4149	4155	4180	(au delà, transparence)	

PHOTOGRAPHIE. — *Quelques propriétés des plaques traitées par des solutions de salicylate de sodium, entre* 2500 *et* 1600 Å. Note de M. **Jean Terrien**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une Note récente, M. Tien Kiu a montré que le facteur de contraste des plaques photographiques traitées par une solution aqueuse de salicylate de sodium ne dépend pas de la longueur d'onde entre 2967 et 2482 Å. D'après mes expériences, cette propriété s'étend à un domaine spectral beaucoup plus étendu, jusqu'à 1600 Å.

Ces expériences ont été faites avec un spectrographe à vide, à optique de fluorine, par variation du temps de pose; la source était un tube à décharge dans l'hydrogène; le spectre était photographié de 2600 à 1500 Å.

En étudiant des plaques *Superfulgur*, traitées par une solution aqueuse à 20 pour 100 de salicylate, on trouve que le facteur de contraste γ' garde la même valeur 2,1 de 2500 à 1600 Å avec une incertitude de l'ordre de 5 pour 100. Ces mesures prolongent exactement celles de M. Tien Kiu, qui a trouvé dans ce cas, pour 2482 Å, $\gamma' = 2,12$.

Les plaques ainsi traitées conviennent parfaitement à la spectrographie et à la photométrie dans la région de Schuman, où elles peuvent remplacer les plaques Schuman sans gélatine, sur lesquelles elles offrent plusieurs avantages : elles peuvent être plus sensibles que ces dernières, dans un rapport qui dépend très peu de la longueur d'onde (par exemple, une plaque *Fulgur* sensibilisée m'a donné le même noircissement, de densité 1,5, avec 5 fois moins de pose qu'une plaque Schuman, fabriquée par Hilger); elles se prêtent mieux aux mesures de noircissement au microphotomètre, grâce à une couche sensible moins délicate et exempte de piqûres; leur caractéristique est rectiligne sur une plus grande longueur.

On peut, au lieu de solutions aqueuses, utiliser des solutions alcooliques de salicylate (à 5 pour 100 par exemple), où l'on immerge la plaque un instant; la couche sensible risque moins d'être altérée et le séchage est rapide; ce traitement, qui donne à la plaque des propriétés tout à fait semblables, est d'application plus pratique.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Théorie cinétique des liquides et diffusion de la lumière*. Note de M. **Jacques Yvon**, présentée par M. Charles Fabry.

La diffusion de la lumière par un liquide à molécules rigides et isotropes est due uniquement aux fluctuations en densité. La théorie moléculaire de ce phénomène, dont le mérite revient principalement à Rocard [1], conduit à l'expression suivante du rapport de Rayleigh [2] :

$$\mathcal{R} = \frac{\pi^2}{2\lambda^4}\,\frac{\mathrm{RT}\beta}{\mathrm{N}_0}(\varepsilon - 1)^2; \tag{1}$$

la lumière incidente est naturelle; l'observation a lieu dans une direction qui fait un angle droit avec le faisceau incident. La théorie néglige : 1° les changements de longueur d'onde dus à l'agitation moléculaire; 2° les fluctuations du champ moléculaire; elle simplifie, d'une manière qui me paraît un peu arbitraire, le rôle de la réfraction qui conduit la lumière depuis le liquide diffusant jusqu'au milieu d'observation (le vide).

J'ai réussi à affranchir la théorie des deux dernières difficultés. Le moment électrique d'une molécule diffusante a été exprimé sous une forme analogue à celle qui a servi en électrostatique [3]; la répartition des molécules les unes au voisinage des autres a été déduite d'une manière rigoureuse de la mécanique statistique classique. Les résultats sont les suivants :

1° Le rapport de Rayleigh a pour expression

$$\mathcal{R} = \frac{\pi^2}{2\lambda^4}\,\frac{\mathrm{RT}\beta}{\mathrm{N}_0}(\varepsilon - 1)^2\,\varepsilon^{-\frac{1}{2}}\left\{\frac{1}{2\pi\alpha}\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial\nu} - \left(\frac{\varepsilon - 1}{4\pi\alpha\nu}\right)^2\right\}; \tag{2}$$

$\partial\varepsilon/\partial\nu$ est une dérivée à température constante, mesurable au cours d'expériences macroscopiques de compression ; comme la formule (2) est établie avec une meilleure approximation que la formule de Lorenz-Lorentz relative à la réfraction, il est préférable de ne pas tirer $\partial\varepsilon/\partial\nu$ et α de cette dernière formule. Les pertes par réflexion que peuvent produire les montages ont été négligées. Les formules (1) et (2) sont équivalentes dans le cas des gaz.

Les mesures du rapport $\mathcal{R}$ qui ont été effectuées jusqu'à présent sont

---

(1) Y. Rocard, *Annales de Physique*, **10**, 1928, p. 158.
(2) Notations : *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1099.
(3) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 35.

peu concordantes, comme le montre encore un Mémoire récent (1); de plus elles portent sur des liquides à molécules trop compliquées. Avec ce degré d'incertitude, correction faite de l'effet d'anisotropie, la formule classique représente les expériences; la formule nouvelle ne les représente pas plus mal. A ce sujet des mesures précises sur un liquide commme l'argon ou le xénon sont désirables.

2° Les fluctuations en densité ne produisent aucune dépolarisation sensible de la lumière diffusée. Ce résultat précise une conclusion moins exclusive de Rocard sur le même sujet (p. 205). Sa vérification ne nécessite pas des fluides exceptionnels : il suffit d'observer un fluide quelconque à quelques degrés du point critique; les fluctuations en densité l'emportent alors de beaucoup sur les autres causes de diffusion, si bien que la dépolarisation doit tendre vers zéro quand la température se rapproche de la température critique.

Pour cette question, les expériences sur les fluides purs ne sont pas décisives; mais une vérification, un peu indirecte, résulte de l'analyse très complète qui a été faite par Rousset (2) de la dépolarisation de la lumière diffusée par un mélange de deux liquides au voisinage du point critique de miscibilité complète.

3° La formule (2) perd sa signification au voisinage immédiat du point critique. Je n'aborderai pas ici le problème qui se pose alors. Je me contente d'une remarque théorique sur la structure d'un fluide qui est presque à l'état critique.

La répartition des molécules est définie par la densité simultanée ν_{12}. Elle est de la forme

$$\nu_{12} = \nu_1 \nu_2 (a_{12} + b_{12}/N + c_{12}/N^2 + \ldots);$$

dans cette expression ν_1 et ν_2 sont les densités aux points M_1 et M_2 respectivement, N est le nombre total de molécules; a_{12}, b_{12}, c_{12} sont des fonctions qui ne dépendent pas de N, et seulement des coordonnées de M_1 et de M_2. Dans un grand nombre de questions les termes en b_{12}, c_{12}, ..., peuvent être négligés. a_{12} est une expression positive, nulle quand la distance M_1M_2 est inférieure au diamètre moléculaire, égale à 1 quand cette distance est grande; pour les distances intermédiaires elle dépasse 1 si les molécules ont tendance à se grouper. L'analyse du liquide par les rayons X permet d'évaluer a_{12} dans une certaine mesure.

---

(1) R. Ananthakrishnan, *Proceedings of the Ind. Acad.*, 1, 1934, p. 201.

(2) *Thèse*, Masson, Paris, 1935, chap. II.

La mécanique statistique permet d'établir la formule suivante, valable pour un fluide homogène,

$$4\pi \int (a_{12} - 1) r^2 \, dr = \frac{1}{N_0} (RT\beta - V_0),$$

V_0 est le volume moléculaire. Pour des raisons purement mathématiques, cette formule ne peut guère être soumise au contrôle de l'expérience, mais doit plutôt servir à la compléter. Elle a par ailleurs l'intérêt de donner de a_{12} une idée moyenne : le facteur $RT\beta - V_0$ est nul pour un gaz parfait, négatif pour un liquide ordinaire, positif et assez grand au voisinage du point critique. Ce résultat montre la tendance des forces de cohésion à grouper dans ce dernier cas les molécules en gouttelettes submicroscopiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Disparition d'une cause d'anisotropie du verre par recuisson.* Note [1] de M. **Jean Herbert**.

L'anisotropie et la structure zonée du verre à vitres ont été récemment mises en évidence par M. Gaubert [2]. Ce phénomène assez singulier dans une matière réputée isotrope, semble être une conséquence à la fois de l'hétérogénéité chimique du verre et des procédés de façonnage, qui consistent principalement en un étirage.

Ces zones de composition chimique légèrement différente ont également des propriétés physiques un peu différentes en particulier en ce qui concerne le coefficient de dilatation; comme ces zones sont solidaires les unes des autres après refroidissement, les unes sont tendues, alors que les autres sont en compression; ceci explique pourquoi le signe d'allongement de ces zones, examinées par la tranche, est alternativement positif et négatif.

En associant plusieurs lames de verres de composition chimique différente et en les soumettant à l'action d'une température suffisante pour les ramollir de façon à former un bloc de verre d'apparence homogène, on constate en regardant par la tranche en lumière polarisée, qu'il a une structure zonée rappelant celle des verres à vitres.

Sauf les verres d'optique, les verres de provenances très diverses que j'ai examinés présentent tous cette structure zonée, cependant elle n'est remar-

---

[1] Séance du 6 janvier 1936.

[2] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1402.

quablement nette que dans le cas des verres à vitres; elle est beaucoup plus confuse dans les autres verres, car les procédés employés pour leur façonnage tendent à détruire cette régularité.

La différence de composition chimique qui entraîne la biréfringence de ces différentes zones est très faible, on peut cependant la mettre en évidence par une attaque à l'acide fluorhydrique.

En effet des verres de composition chimique différente sont attaqués très inégalement, comme en témoignent les quelques résultats exposés dans le tableau suivant (les chiffres indiquent la perte de poids en milligramme par centimètre carré et par seconde d'une surface polie) :

Verre à vitres ancien	0,82
Verre lame porte objet	1,09
Verre à vitres	1,03
Glace de Saint-Gobain	1,10
Verre au zinc	2,88
Cristal de Choisy-le-Roi	0,58
Borosilicate (Pyrex)	0,07
Silicate de plomb 63 pour 100 Pb	3,64

On peut constater, en regardant au microscope en lumière naturelle la tranche d'un verre présentant ce phénomène, attaqué par l'acide fluorhydrique, la présence de raies d'inégale profondeur, qui correspondent d'une façon rigoureuse aux zones observées en lumière polarisée.

En réchauffant la lame de verre un temps assez prolongé (30 à 40 heures), ces zones finissent par disparaître en s'estompant. Si l'on attaque ensuite par l'acide fluorhydrique la tranche d'une lame de verre ainsi recuite, on observe bien encore des raies, mais elles sont moins profondes et les plus faibles n'apparaissent plus. Si l'on fait subir à une telle lame un effort mécanique de façon à lui communiquer une certaine biréfringence, on constate que les teintes de polarisations croissent d'une manière absolument continue, ce qui n'était pas le cas auparavant, les variations se faisant d'une manière discontinue par zones successives, chaque zone se comportant comme une lame indépendante.

Ces expériences montrent très nettement que le verre est capable de s'homogénéiser pendant la recuisson, qui a pour but de débarrasser le verre des tensions qui le rendent anisotrope.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le système chlorure de cobalt, chlorure d'ammonium, ammoniaque, eau.* Note de M. **Marcel Châtelet**, présentée par M. Georges Urbain.

L'étude du système considéré a été faite par la méthode calorimétrique. Dans une solution contenant l'ammoniaque et le sel d'ammonium on ajoute une solution contenant le sel de cobalt et l'on mesure l'effet thermique. Le vase calorimétrique est placé au fond d'un vase de Dewar et la solution est protégée de l'oxygène de l'air par une couche d'huile de paraffine. Les variations de température sont mesurées au 1/100e de degré à l'aide d'un thermomètre de Beckmann. Dans les premières expériences les concentrations ont varié de 0 à 1 mol/litre pour l'ammoniaque; de 0 à 0,76 pour le sel d'ammonium; de 0,0145 à 0,058 pour le sel de cobalt. Les résultats obtenus sont les suivants : si l'on construit les courbes représentant, pour des valeurs données des concentrations en NH^4Cl et $CoCl^2$, les élévations de température en fonction de la concentration en ammoniaque, elles présentent une discontinuité correspondant à une molécule de sel de cobalt pour deux d'ammoniaque, c'est-à-dire correspondant à la fin de la réaction

$$CoCl^2 + 2NH^4OH = Co(OH)^2 + 2NH^4Cl.$$

Cette discontinuité va en s'atténuant et finit par disparaître quand la concentration en sel d'ammonium dépasse 0,70 mol./litre, mais, tant qu'elle reste visible, elle correspond toujours à deux molécules d'ammoniaque pour une de sel de cobalt. Ceci conduit à penser que, même lorsqu'il ne se produit aucun précipité, cette réaction doit se produire totalement, avant toute réaction ultérieure. Dans cette hypothèse les résultats expérimentaux sont, dans un large domaine, en accord avec l'existence comme réaction ultérieure de la formation d'un ion cobalto-monoammine donnant lieu à un équilibre régi par la loi d'action de masse selon l'équation

$$\frac{(Co)^{++}(NH^3)}{(Co, NH^3)^{++}} = 0,3 = K,$$

à la température de 291° absolus.

Pour les faibles concentrations en cobalt et les fortes concentrations en ammoniaque les valeurs expérimentales s'écartent notablement de celles que donnerait l'application de la formule trouvée. Ceci m'a conduit à penser que, dans cette région, commençait à se faire sentir d'une façon

appréciable l'existence d'une troisième réaction. Dans le but d'éclaircir ce point j'ai refait des expériences, pour une concentration en sel d'ammonium égale à 0,76 mol./litre, s'étendant jusqu'à des concentrations en ammoniaque plus élevées, soit jusqu'à des solutions six fois normales. J'ai pu ainsi mettre en évidence la superposition aux réactions précédentes de la réaction

$$(Co, NH^3)^{++} + 2NH^3 = (Co, 3NH^3),$$

obéissant à la loi d'action de masse

$$\frac{(Co, NH^3)^{++}(NH^3)^2}{(Co, 3NH^3)} = 95 = K_2,$$

ce qui donne comme constante d'action de masse pour la formation directe de l'ion cobalto-triammine $K_3 = 28$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude thermique de l'oxydation des carbures d'hydrogène.* Note (¹) de Mlle **Suzanne Estradère**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'oxydation lente des carbures d'hydrogène s'effectue en plusieurs stades donnant lieu chacun à divers phénomènes (formation de multiples produits de réaction, luminescence, inflammation, dégagement de chaleur, ondes explosives). Leur combustion dans les moteurs présente un phénomène particulièrement gênant le *choc*.

Peut-on prévoir l'aptitude au choc d'un carburant d'après les observations faites au cours de l'oxydation lente? Les données expérimentales que l'on possède jusqu'ici ne permettent pas souvent d'établir des comparaisons entre les *valeurs de choc* (nombre d'octane) et des déterminations méthodiques faites indépendamment des moteurs.

Dans une étude précédente nous avions déterminé pour un certain nombre de carbures, une température transitionnelle de réaction (TTR) pour laquelle la proportion d'oxyde de carbone croissait brusquement dans les gaz, alors que la formation de produits peroxydés semblait avoir atteint son taux maximum. Cette TTR propre à chaque carbure a permis d'en faire un classement dont l'ordre était le même que celui obtenu par

---

(¹) Séance du 6 janvier 1936.

la méthode de Duchêne fondée sur l'aptitude des carbures à donner des ondes explosives.

Poursuivant nos expériences en liaison avec le Service des Recherches de l'Aéronautique nous avons procédé à de nouvelles déterminations en faisant une étude thermique de l'oxydation des carbures d'hydrogène.

Mode opératoire. — L'oxydation a été pousuivie dans un tube en T en verre pyrex de 2^{mm} de diamètre intérieur, chauffé sur 32^{cm} de long. La branche perpendiculaire sert de voie d'introduction à un couple thermo-électrique dont la soudure se trouve ainsi en contact avec les gaz en réaction. On établit la courbe de chauffage de l'appareil en fonction du temps avec un courant d'oxygène circulant à raison de 4 l/h à 20°, débit qui restera constant pour toutes les expériences. L'appareil étant ainsi étalonné, on introduit le carbure au moyen d'une burette dont le débit peut être réglé à volonté.

Toutes les courbes que l'on obtient alors présentent un point singulier après s'être confondues un certain temps avec la courbe d'étalonnage. Une montée brutale de la température qui, suivant la composition du mélange, peut varier de quelques degrés à 200 ou 300°, indique que la réaction prend, à partir de la température correspondant au point singulier, une allure nettement exothermique. Si l'on arrête alors le débit du carbure la température retombe au voisinage de la courbe d'étalonnage, indiquant que l'accroissement de température enregistré était bien dû à une réaction continue et non pas à une explosion unique qui aurait élevé la température moyenne de l'appareil.

Nous donnons, colonne I du Tableau I, les températures (C°) pour lesquelles les courbes établies pour les divers carbures présentaient leur point singulier. Ces températures ainsi définies décroissent pour les paraffines linéaires avec l'allongement de la chaîne carbonée. Elles se répartissent en fonction du nombre d'atomes de carbone de la chaîne (n) sur une courbe hyperbolique dont l'équation paraît être

$$T_{C^\circ} = 192 + \frac{756}{n}.$$

Dans la colonne II du même Tableau on trouvera les températures calculées d'après cette formule pour les divers carbures, on verra que leur concordance avec les données expérimentales est très bonne, à l'exception près du pentane, dont le point singulier fut très difficile à déterminer à cause de la trop grande volatilité du produit.

Cette formule imposerait comme limite inférieure de combustion exother-

mique aux paraffines à très longue chaîne la température de 192° et pour le méthane celle de 948°, ce qui paraît correct.

Dans la colonne III on trouvera des nombres fournis par Boyd. Cet auteur a déterminé le plus haut taux de compression qu'on puisse atteindre avec chacun de ces carbures. Il y a entre nos déterminations et celles de Boyd, les unes faites au cours de l'oxydation lente, et les autres faites sur moteur, une relation linéaire qui ne saurait être fortuite. Un parallélisme remarquable s'établit donc une fois de plus entre ce que l'on appelle des *valeurs de choc* et des déterminations de laboratoire coopérant à la recherche d'une *constante de choc*.

	n.	I. Tc° déterminées.	II. Tc° calculées.	III. n. de Boyd.
Méthane	1	»	948	»
Éthane	2	»	570	»
Propane	3	»	444	»
Butane	4	»	381	»
Pentane	5	360	343	3,8
Hexane	6	318	318	3,3
Heptane	7	300	300	2,8
Octane	8	292	286	»
Nonane	9	276	276	»
Décane	10	»	267	»
Dodécane	12	260	255	»
Tétradécane	14	247	246	»
Hexadécane	16	»	239	»
Heptène		324		3,7
Diméthylcyclohexane-1.3		358		4,4
Cyclohexane		354		4,5
Cyclohexène		378		4,8
Diméthylcyclohexane-1.2		385		5,1
2.2.4-triméthylpentane		$<$ 500		7,7

Nota. — I. *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*, n° 49, 1934, Paris. — II. *Ibid.*, 1932, n° 11. — III. *Ind. and Eng.*, 27, 1935, p. 593.

PHYSICOCHIMIE. — *Effet Raman des mélanges d'oléum sulfurique et d'acide nitrique.* Note de M. **Jean Chédin**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous n'avions pas trouvé jusqu'ici dans les spectres des ternaires SO^4H^2, NO^3H, H^2O, de raies qui correspondissent à une association sulfonitrique. Les spectres de certains de ces mélanges présentent les fréquences A (1045 cm^{-1}) et B (1398 cm^{-1}) attribuables à l'anhydride nitrique N^2O^5 en solution minérale ([1]). Au contraire dans les spectres des mélanges d'oléums sulfuriques et de NO^3H, on observe la coexistence des caractéristiques spectrales de SO^3 et N^2O^5, modifiées.

L'étude des oléums sulfuriques a fait l'objet d'une Note ([2]).

a. Mélanges d'oléum sulfurique à 60 *pour* 100 *de* SO^3 *et de* NO^3H *à* 99 *pour* 100. — Le spectre de l'oléum à 60 pour 100 présente les fréquences des molécules $S^2O^7H^2$ et SO^3. — La fréquence $\Delta\nu = 1070$ cm^{-1}, très fine et intense, caractéristique de SO^3, retiendra plus particulièrement notre attention.

1° Mélange 90 pour 100 d'oléum + 10 pour 100 NO^3H. — La raie B (1398 cm^{-1}) de N^2O^5 est présente; il n'y a pas trace de raies appartenant à NO^3H. Ce dernier est entièrement déshydraté.

La raie fine 1070 cm^{-1} de SO^3 a perdu sa finesse et s'est déplacée à 1075 cm^{-1}. Enfin la fréquence A (1045 cm^{-1}) de N^2O^5 n'est pas présente. Nous supposons, et ce qui suit appuiera cette hypothèse, que N^2O^5 et SO^3 sont ici associés. Dans cette association, la fréquence A de N^2O^5 devient inactive, probablement parce que cette nouvelle liaison ajoute à la symétrie de la molécule.

2° Mélange 80 pour 100 d'oléum + 20 pour 100 NO^3H. — Spectre analogue au précédent; les raies $S^2O^7H^2$ s'affaiblissent; la fréquence de SO^3 lié est à 1080 cm^{-1}.

3° Mélanges à 30, 40 et 50 pour 100 de NO^3H. — Les spectres présentent les particularités suivantes : la raie A (N^2O^5) apparaît et croît avec la teneur en NO^3H; il y a donc trop de N^2O^5 pour qu'il soit tout entier combiné au SO^3 présent. Une partie reste libre et l'on retrouve ses

(1) *Comptes rendus*, 200, p. 1937.

(2) *Comptes rendus*, 201, p. 274.

deux fréquences A et B. La raie de SO^3 combiné passe de 1080 cm^{-1} à 1094 cm^{-1}, où elle demeure fixe dans ces trois mélanges. Notons que les raies de la molécule NO^3H (NO^2 — OH) ne commencent à apparaître que dans le mélange à 40 pour 100 de NO^3H.

Jusqu'à cette teneur, NO^3H est donc entièrement déshydraté.

4° Mélange à 60 pour 100 de NO^3H. — La fréquence 1094 cm^{-1} ainsi que toutes les fréquences de $S^2O^7H^2$ ont disparu, le spectre est analogue à ceux des sulfonitriques ordinaires, il présente les fréquences des corps SO^4H^2, NO^3H, N^2O^5.

Il apparaît donc que l'association (N^2O^5-SO^3) ne peut exister qu'au sein d'un acide sulfurique contenant $S^2O^7H^2$, c'est-à-dire un oléum sulfurique. Elle peut y être seule, ou coexister avec N^2O^5 libre, et même NO^3H non déshydraté.

b. Mélanges d'oléum à 35 *pour* 100 *de* SO^3 *et de* NO^3H (99 *pour* 100). — L'oléum à 35 pour 100 ne contient que SO^4H^2 et $S^2O^7N^2$; la raie 1070 cm^{-1} de SO^3 n'existe pas dans son spectre.

1° Mélange à 10 pour 100 de NO^3H. — NO^3H est déshydraté, la raie B (1400) est présente, mais non la raie A, d'autre part une fréquence apparaît : 1084 cm^{-1}. On constate donc ce paradoxe que l'addition de NO^3H dans un oléum ne contenant pas SO^3 libre, fait apparaître dans son spectre la fréquence de SO^3 (légèrement déplacée). Le mécanisme s'imagine aisément : NO^3H est déshydraté en N^2O^5. N^2O^5 se lie à une partie du SO^3 qui était combiné à SO^4H^2 sous la forme de $S^2O^7H^2$ pour donner l'association mentionnée au paragraphe *a*.

2° Mélange à 30 pour 100 de NO^3H. — La fréquence 1084 cm^{-1} a disparu, mais la fréquence A (N^2O^5 est présente). Les raies $S^2O^7H^2$ ont disparu, N^2O^5 est libre.

c. Mélanges d'oléum à 35 *pour* 100 *et de* N^2O^5. — 1° 10 pour 100 de N^2O^5. — On constate la présence des fréquences 1082 cm^{-1} et 1400 cm^{-1}. N^2O^5 est donc entièrement lié à SO^3, comme dans le mélange à 10 pour 100 de la série précédente.

2° 20 pour 100 de N^2O^5. — Sont présentes les fréquences 1094 cm^{-1} et 1402 cm^{-1} de l'association, et en plus la fréquence A (1040 cm^{-1}). Il y a excès de N^2O^5, une partie reste libre, donnant lieu à l'émission de la fréquence A.

En résumé, on constate dans les mélanges d'oléum et d'acide nitrique l'existence d'une association entre N^2O^5 et SO^3, caractérisée spectralement par la fréquence B (1400) de N^2O^5, la disparition de la fréquence A et la fréquence 1070 cm^{-1} de SO^3 déplacée et produisant une raie qui a perdu sa

finesse. Cette association est bien différente de celle qui unit SO^3 à SO^4H^2 dans $S^2O^7H^2$, puisque $S^2O^7H^2$ possède un spectre absolument différent de ceux de SO^4H^2 et SO^3. La raie caractéristique de SO^3 lié est en moyenne à $\Delta\nu = 1080\,cm^{-1}$ dans les mélanges ne contenant pas de N^2O^5 libre, elle passe à $\Delta\nu' = 1094\,cm^{-1}$ quand la phase liquide s'enrichit d'un nouveau constituant, N^2O^5 libre.

Toutes les proportions indiquées sont calculées en poids. Ajoutons que les mélanges dont les spectres indiquent qu'ils contiennent l'association sulfonitrique étaient cristallisés à la température ordinaire, et furent passés à 90° environ.

De plus ils n'émettaient presque aucune vapeur de N^2O^5 ni SO^3, ni NO^3H, contrairement aux autres.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Déformation plastique et dureté du plomb.* Note [1] de M. **Marcel Ballay**, présentée par M. Léon Guillet.

Quand du plomb pur a été déformé à froid, laminé par exemple, sa dureté Brinell baisse progressivement par séjour à la température ambiante. Après un temps variable suivant la pureté du métal et la température, mais en général inférieur à 72 heures, le métal a repris sa dureté primitive [2]; on admet qu'il se recuit à la température ordinaire. Si l'application de la charge est de courte durée, cinq à quinze secondes, le chiffre de dureté est à peu près le même que sur le métal recuit à plus haute température, 250° par exemple.

On constate cependant que le plomb pur laminé, même s'il est resté plusieurs mois à la température ambiante après déformation plastique, ne se comporte pas à l'essai de dureté à la bille comme du plomb coulé ou recuit à 250° après laminage. La différence est très frappante, si l'essai de dureté se fait sur un appareil, comme le microduromètre Eugène, qui permet de suivre l'enfoncement de la bille sous charge constante et de tracer à l'aide d'une seule empreinte la courbe de la dureté Δ en fonction du temps [3]. On observe alors que le plomb déformé et recuit à la tempé-

[1] Séance du 13 janvier 1936.

[2] Molnar, *Revue de Métallurgie*, 27, 1930, p. 522-534.

[3] On lit sur la graduation de la machine, en fonction du temps, l'enfoncement de la bille en millièmes de millimètre, puis on mesure l'empreinte lorsque l'essai est terminé. On calcule aisément la profondeur de l'empreinte à chaque instant, c'est-à-dire la dureté Δ.

rature ambiante s'écoule plus rapidement sous charge que le plomb recuit à plus haute température. On peut chiffrer cette divergence par la valeur de $d\Delta/dt$ au temps t ou encore par l'expression $\Delta_1 - \Delta_2/t_2 - t_1$. Il est facile de déterminer également la dureté initiale Δ_0 correspondant à une durée nulle de maintien de la charge. Ces coefficients dépendent évidemment, pour un échantillon déterminé, de la température, de la pression, du diamètre de la bille, de la durée d'application de la charge, et aussi de la vitesse de mise en pression, dans certaines limites.

Les chiffres qui suivent se rapportent à un plomb pur (Pb = 99,984 °/₀) coulé en plaque de 10^{mm} d'épaisseur, puis amené à 4^{mm} en trois passes de laminage à froid. Une partie fut recuite à 250° pendant une heure et le reste conservé à la température ambiante. Les essais (bille de 5^{mm}, pression 10^{kg}) furent faits 17 jours après laminage; les résultats furent identiques après 3 et 7 mois [1] :

		Recuit à l'ambiante 17 jours après laminage.	Recuit à 250° pendant 1 heure.
Enfoncement de la bille (en 1/1000e de millimètre)	après 1 minute de charge.	24	0,7
	» 2 minutes » .	38,5	1,2
	» 3 » » ..	48	4,0
	» 4 » » .	54	5,2
	» 5 » » .	58	6,5
Dureté après 5 minutes d'application de la charge (Δ_5).		2,74	3,46
Dureté initiale (Δ_0)................................		3,64	3,58
$\Delta_0 - \Delta_5/5$		0,18	0,016

La dureté initiale Δ_0 est donc sensiblement la même dans les deux cas, légèrement plus grande pour le plomb laminé, mais le plomb recuit à l'ambiante apparaît plus doux lorsque la pression est appliquée pendant 5 minutes. Le phénomène est complexe et l'essai à la bille, qui produit une déformation hétérogène, se prête mal à une étude précise des principaux facteurs (vitesses de recuit spontané et d'écoulement visqueux, réactivité, grosseur des grains); il constitue cependant un mode d'investigation qualitative très sensible.

La plus grande vitesse de déformation sous charge du plomb fortement écroui et recuit à la température ambiante, comparativement à du plomb recuit à 250°, nous semble en rapport avec les dimensions beaucoup plus

---

[1] Du moins, si l'on compare le plomb laminé au même plomb recuit depuis peu de temps et refroidi lentement.

faibles des grains. Dans l'exemple pris plus haut, les grains du plomb recuit à 250° sont en moyenne 1700 fois plus volumineux que ceux du plomb recuit à la température ambiante.

L'expérience suivante confirme cette hypothèse. Dans une bande de plomb fortement écroui ayant séjourné 3 mois à la température ordinaire, à grains très fins, on découpe à la cisaille une éprouvette de 30^{mm} de largeur. Après 4 jours de repos une attaque macroscopique montre le long de chaque bord cisaillé une zone de 10 à 12^{mm} de largeur à grains grossiers (1800 fois plus volumineux en moyenne) due à la recristallisation du métal légèrement écroui par le cisaillage. Si l'on suit l'enfoncement d'une bille dans la zone médiane à grains fins et dans les zones périphériques à grains grossiers, on constate une vitesse de déformation beaucoup moindre dans ces dernières, surtout pendant les premières minutes, comme le montrent les chiffres ci-après (bille de 5^{mm}, pression 10^{kg}).

		Grains fins		Grains fins		
		1.	2.	3.	4.	5.
Enfoncement de la bille (en 1/1000e de millimètre)	après 1 minute de charge.	35	29	7	10	9
	» 2 minutes » .	49	41	19	21	22
	» 3 » » .	57	49	26	29	29
	» 4 » » .	63	56	32	34	35
	» 5 » » .	67	62	37	38	40

L'influence d'une déformation plastique préalable sur la vitesse de déformation à la température ambiante n'est pas particulière au plomb pur; nous l'avons constatée également sur des alliages de plomb plus durs, contenant du cadmiun et de l'antimoine qui se recuisent beaucoup moins vite à la température ordinaire. Ces observations, faciles à faire à la température ambiante sur le plomb pur, peuvent sans doute aider à comprendre certaines particularités de l'écoulement des métaux et alliages aux températures élevées.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un carbonate de fer* III *et d'ammonium.* Note de M. **Victor Auger** et Mlle **Marie Gallissot**, présentée par M. Georges Urbain.

On ne connaît actuellement qu'un carbonate ferroso-ferrique du type $[(CO^{3})^{3}O\,Fe^{II_2}\,Fe^{III}]NH^{4}, 2H^{2}O$, mais on n'a jamais réussi a obtenir le carbonate ferrique.

Nous avons pu préparer un sel ferrico-ammonique en faisant réagir un sel ferrique soluble, Cl^3Fe, sur un grand excès de solution saturée de CO^3NH^4H, en présence de ce sel non dissous et de gaz carbonique. Le précipité formé est jaune clair, bien cristallisé, sous forme de petits prismes microscopiques. On le purifie par lavage avec une solution à 1,5 pour 100 de CO^3NH^4H, puis au dessiccateur sulfurique, rempli de CO^2.

Ce sel est très lentement altéré à l'air sec, mais dans l'air humide il perd à la fois CO^2 et NH^3 et rougit en se transformant en oxyde ferrique hydraté. Il se décompose de même dans le gaz ammoniac sec.

L'analyse a donné des chiffres correspondant à la formule

$$Fe(OH)^2CO^3NH^4, H^2O.$$

Calculé (%) :	Fe = 30,10;	NH^4 = 9,67;	CO^3 = 32,25.
Trouvé (%) :	Fe = 32,2;	NH^4 = 10,33;	CO^3 = 31,8.
Rapport :	$\frac{Fe}{NH^3} = \frac{1,04}{1}$;	$\frac{Fe}{CO^2} = \frac{1,05}{1}$.	

On peut aussi formuler ce sel, en admettant la coordinence 4, $[Fe(OH)^2NH^3(OH^2)]CO^3H$.

Nous avons effectué un certain nombre d'essais pour obtenir les sels de K ou Na, mais en versant une solution de sel ferrique dans une solution saturée de CO^3HNa ou CO^3HK, on obtient une liqueur claire, rouge qui prend rapidement l'aspect d'une solution colloïdale et laisse lentement précipiter de l'hydrate ferrique.

Nous effectuons actuellement des essais avec des carbonates de bases organiques : leur réussite nous permettant de considérer la formule contenant le groupe NH^3 comme la plus vraisemblable.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les arséniates de baryum. Caractérisation d'un nouvel arséniate* $2As^2O^5.3OBa$. Note de M. **Henri Guérin**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'étude des arséniates de baryum nous a permis de constater que les composés du baryum se comportaient d'une façon un peu différente de celle observée précédemment pour les arséniates de calcium et de strontium [1]. Sous l'action de la chaleur et du vide, le métaarséniate et le

---

[1] *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1133.

pyroarséniate de baryum se transforment en orthoarséniate tribarytique, seul composé stable à haute température.

Voici, exprimés en centimètres cubes, les volumes d'oxygène que dégage une millimolécule/gramme de chacun de ces composés lorsqu'on les chauffe dans le vide par paliers d'une heure de 100 en 100° entre 400 et 1100° :

Températures...	600°.	700°.	800°.	900°.	1000°.	1100°.	Total.
$As^2O^5.OBa$....	0,007	0,128	3,15	4,68	3,27	0,53	11,765
$As^2O^5.2OBa$...			0,092	1,18	5,75	0,34	7,362

Les chauffes prolongées à température constante permettent également de fixer à 500 et à 800° les températures respectives auxquelles commence à se manifester, avec une extrême lenteur, la décomposition des méta et des pyroarséniates de baryum.

Alors que, dans le cas des sels de calcium et de strontium, les essais de décomposition jusqu'à cessation de dégagement gazeux effectués à diverses températures avaient démontré le passage direct des métaarséniates aux pyroarséniates, les essais correspondants sur les sels de baryum ont mis en évidence l'existence d'un composé intermédiaire. Ce sel, dont la composition répond à la formule $2As^2O^5.3OBa$, et qui résulte de l'union d'une molécule de métaarséniate à une molécule de pyroarséniate, peut être désigné sous le nom de *sesquiarséniate de baryum*. Ce composé, qui se produit chaque fois que l'on chauffe dans le vide à 700° et jusqu'à cessation de dégagement gazeux du métaarséniate de baryum, commence à se décomposer dès 750° pour donner le pyroarséniate de baryum.

Si l'on chauffe à 750° du métaarséniate de baryum, on constate que la courbe du dégagement d'oxygène en fonction du temps met en évidence la superposition des deux phénomènes :

1° transformation rapide du métaarséniate en sesquiarséniate;

2° lente décomposition de ce composé avec formation de pyroarséniate.

L'examen aux rayons X des trois échantillons d'arséniate tribarytique, préparés l'un par synthèse directe, l'autre par décomposition thermique du pyroarséniate, et le troisième par pyrolyse du métaarséniate, a permis de remarquer que les trois radiogrammes correspondants indiquaient une identité parfaite de structure; en revanche, les pyro et métaarséniates, ainsi que le composé intermédiaire signalé plus haut, n'ont pu donner jusqu'ici de radiogrammes caractéristiques.

En faisant agir le carbone sur le métaarséniate de baryum dans les conditions décrites pour l'orthoarséniate [1], nous avons constaté que, dès

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 129.

500°, il se produisait du gaz carbonique, de l'anhydride arsénieux et du sesquiarséniate, alors qu'à 550° on obtenait le pyroarséniate, et à 600° l'orthoarséniate.

Avec le pyroarséniate, le charbon fournit directement, à partir de 600°, l'orthoarséniate.

En résumé, l'orthoarséniate neutre de baryum peut être chauffé jusqu'à 1200° dans le vide sans changer de composition. Le pyroarséniate se transforme au-dessus de 800° en orthoarséniate. Le métaarséniate commence à se décomposer dès 500°. Entre 500 et 700°, le terme final d'une chauffe prolongée jusqu'à cessation de dégagement gazeux est le sesquiarséniate, corps non isolé jusqu'ici; entre 750 et 800°, on obtient le pyroarséniate, et au-dessus de cette dernière température l'orthoarséniate neutre. La présence de charbon a pour seul effet d'abaisser les différentes températures de transformation.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Étude sur le mécanisme extincteur du tétrachlorure de carbone envers les flammes*. Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Jean Le Bras**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nos précédents résultats [2] semblaient montrer une action antioxygène du tétrachlorure de carbone envers la flamme de gaz d'éclairage. Cependant, l'analyse des gaz résiduels au voisinage de l'extinction ne portant que sur un mélange $CO^2 + O^2 + CO + N^2$, dans quelle mesure était-il licite de négliger les autres corps gazeux formés par réaction de l'extincteur sur les constituants de la flamme? On a donc cherché la proportion réelle d'oxygène autour du combustible. On alimente une flamme de gaz d'éclairage de 30 litres à l'heure par un mélange variable d'air et de CCl^4 de l'ordre de 300 litres à l'heure; on dose dans les gaz résiduels le chlore et l'acide chlorhydrique, et l'on analyse le mélange $CO^2 + O^2 + CO + N^2$. On peut alors calculer approximativement la composition réelle des gaz de combustion, sans tenir compte toutefois de petites quantités de carbone, d'hexachlorobenzène et autres corps formés par la décomposition du tétrachlorure.

On constate d'abord que le pouvoir extincteur du tétrachlorure est très

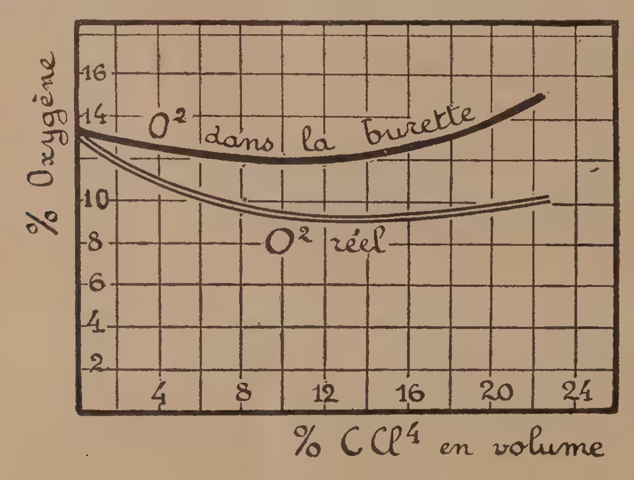
---

([1]) Séance du 13 janvier 1936.
([2]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 75.

sensible à de légères causes perturbatrices : tourbillons, soufflage, actions de parois, etc. ; en les évitant, on a pu remonter le taux extincteur efficace de la valeur 19 pour 100 en volume, chiffre précédemment donné, à 24 pour 100 comme dans les expériences actuelles et même jusqu'à 30 pour 100 dans des conditions spéciales.

Le diagramme ci-après, établi avec les moyennes de nombreuses mesures, montre que la proportion réelle d'oxygène autour de la flamme reste toujours supérieure au minimum comburant (8 pour 100), en dessous duquel l'extinction s'expliquerait par simple étouffement. Par conséquent, le CCl^4 peut, soit exercer une action antioxygène faible, soit se comporter comme un diluant à pouvoir refroidissant meilleur que CO^2 ou N^2.

Avec les flammes de méthane seul [taux extincteur 8 pour 100, pour une



consommation de 8 litres à l'heure [1]] et d'hydrogène seul (taux extincteur 70 pour 100 pour une consommation de 50 litres à l'heure), il ne paraît pas y avoir d'effet extincteur spécifique. La valeur anormalement élevée de ce dernier taux extincteur s'explique sans doute par une singularité curieuse qu'ont mise en évidence nos analyses : quand la concentration en vapeurs de tétrachlorure dépasse 20 pour 100, l'hydrogène paraît délaisser partiellement l'oxygène et brûler par réaction sur l'extincteur, lequel joue ainsi, tout au moins indirectement, le rôle de comburant.

---

(1) Comparer avec W. P. Jorissen et J. C. Meuwissen, *Rec. Trav. chim. P.-B.*, **43**, 1924, p. 591.

Avec l'oxyde de carbone, au contraire, il y a nettement action spécifique (taux extincteur 2,5 pour 100 pour une consommation de 16 litres à l'heure)[1]. La flamme s'éteint quand il reste encore 13 pour 100 environ d'oxygène, alors que l'azote, type des extincteurs non spécifiques, n'éteint pas avant d'avoir abaissé à 9 pour 100 la teneur en oxygène (taux extincteur 55 pour 100 pour la même consommation de 16 litres à l'heure).

De quelle nature est cette influence particulière sur ce combustible, lui-même un peu spécial? Nos résultats expérimentaux seraient en faveur d'une déshydratation chimique, ce qui s'accorderait avec l'influence énorme, découverte par Dixon [2], de la vapeur d'eau sur la combustion de l'oxyde de carbone. En effet, nous avons constaté la formation d'un peu d'acide chlorhydrique, lequel ne peut provenir que de l'hydrogène pris sur l'humidité des gaz; et, quand on dessèche ceux-ci déjà seulement par les procédés courants, sans aller jusqu'aux ultradessiccations, le taux extincteur efficace des vapeurs de tétrachlorure tombe à 0,65 pour 100 en volume, c'est-à-dire que l'extinction est devenue beaucoup plus facile.

Mis à part le cas particulier de l'oxyde de carbone, comment faut-il envisager, d'après nos divers résultats, le mécanisme des autres extinctions? Quelques auteurs, principalement Jorissen et Velisek [3], puis Coward et Jones [4], ont étudié l'action du tétrachlorure de carbone sur l'empêchement d'explosion de mélanges tonnants au méthane, problème voisin du nôtre, sans lui être cependant identique, car toutes nos mesures s'accordent avec l'idée presque intuitive qu'éteindre un combustible allumé est plus difficile que l'empêcher de s'allumer. Les deux premiers auteurs invoquent une catalyse négative, comme nous l'avions suggéré précédemment, les deux autres, un processus de dilution et de refroidissement comparable à celui d'un gaz inerte; c'est plutôt à cette hypothèse que correspondraient nos résultats, ainsi qu'au fait que le tétrachlorure a, en volume, une capacité calorifique nettement supérieure à celle de l'azote.

En résumé, l'extinction des flammes par le tétrachlorure de carbone est un phénomène complexe; c'est la résultante d'actions variées, allant de la

---

(1) Comparer avec l'action sur l'explosion des mélanges $CO + O^2$: W. E. Garner et C. H. Johnson, *J. chem. Soc.*, 133, 1928, p. 280; voir aussi W. E. Garner et F. H. Pollard, *ibid.*, 1935, p. 144.

(2) *B. A. Reports*, 1880, p. 503.

(3) *Rec. Trav. chim. P.-B.*, 43, 1924, p. 80.

(4) *Ind. Eng. Chem.*, 18, 1926, p. 970.

simple dilution inerte à une activité spécifique accentuée, en passant par un certain effet comburant, mais sans que soit exclue la possibilité d'une influence antioxygène, d'ailleurs habituellement peu marquée.

GÉOLOGIE. — *Coupe géologique du Hank à Taoudeni (Sahara occidental).* Note [1] de MM. **Nicolas Menchikoff** et **Théodore Monod.**

Il y a deux ans, l'un de nous (N. M.) a suivi sur près de 300^{km} les couches du Paléozoïque inférieur du Hank, depuis Chenachane jusqu'au delà de Mzerreb, tandis que, dans le courant de l'hiver dernier, Th. M. a pu parcourir la région située entre la falaise du Hank et Taoudeni, ce qui nous permet actuellement d'établir une coupe d'ensemble des terrains primaires, depuis leur base jusqu'au Carbonifère inférieur inclus.

Le pays étudié forme le flanc nord-ouest du vaste synclinal de Taoudeni [2], qui, à la suite de l'anticlinal des Eglab et du synclinal de Tindouf, se rattache au pli de l'Anti-Atlas marocain et recoupe en écharpe tout le Sahara occidental.

Les terrains primaires y sont parfaitement concordants et reposent en transgresssion sur le socle ancien formé de granites et de schistes cristallins. Dans l'ensemble, ils plongent régulièrement de quelques degrés vers le Sud-Est et leur surface arasée a donné, grâce à l'érosion qui a dégagé les bancs durs au sein des couches tendres, une suite de crêtes monoclinales parallèles, à regard nord-ouest. La largeur de cette zone monoclinale, entre la falaise du Hank et Taoudeni, est d'environ 350^{km}.

Cambro (?)-*Ordovicien.* — La partie inférieure du Paléozoïque prend, dans la région du Hank, un développement considérable; elle s'étend sur plus de 100^{km} de large et constitue, outre le Hank proprement dit, les gradins de Mdennah et de Kreb-en-Naga. L'absence presque complète de fossiles rend malheureusement impossible la détermination précise de l'âge de ces formations. Toutefois, leur position au-dessous des schistes gothlandiens bien datés et la comparaison avec les terrains analogues des Chaînes d'Ougarta et du Sud Marocain permèttent de les attribuer à l'Ordovicien et très vraisemblablement aussi au Cambrien [3].

La base de la formation est généralement représentée par un niveau d'arkose, parfois très développé comme par exemple dans l'Oued Sbita (O. Sous); les conglo-

---

(1) Séance du 23 décembre 1935.

(2) N. Menchikoff, *Rev. Géogr. phys. et Géol. dyn.*, III, 2, 1930, p. 211.

(3) N. Menchikoff, *C. R. som. Soc. géol. Fr.*, 1933, p. 218.

mérats, riches en galets de quartz, n'y sont pas rares. Au-dessus, après des niveaux gréseux plus ou moins épais et parfois oolithiques, se place une série puissante et massive de calcaires dolomitiques, coupés eux-mêmes de quelques niveaux schisteux ou gréseux. Dans la partie inférieure, les calcaires sont généralement formés de troncs serrés de Stromatolites qui donnent l'impression de véritables récifs ([1]). Au sommet, les calcaires dolomitiques font place à une série schisto-gréseuse qui couvre également de grandes surfaces.

Gothlandien. — Les terrains ordoviciens sont surmontés en concordance de schistes gothlandiens qui ont fourni au Sud de Tinioulig de nombreux *Monograptus*. La puissance de la partie fossilifère de ces schistes ne dépasse guère quelques dizaines de mètres.

Dévonien. — Le premier niveau fossilifère actuellement connu du Dévonien renferme, au sommet de la falaise sud de Teghazza : *Leptæna rhomboidalis* Wilck., *Atrypa reticularis* L., *Orthis* sp., *Spirifer* sp., des *Favosites*, des Cyathophyllidés, des Bryozoaires et des tiges de Crinoïdes. Au-dessus, à une dizaine de kilomètres au sud de Teghazza, on trouve, dans un niveau schisteux, les fossiles ferrugineux suivants : *Agoniatites* sp., identique à une forme de l'Eifélien supérieur de la Saoura (zone à *Pinacites Jugleri* Rœm) ([2]), *Spirifer elegans* Stein., *Schizophoria* cf. *vulvaria* Schloth., *Tropidoleptus* cf. *carinatus* Conrad ainsi que des Gastéropodes, des Lamellibranches, des Orthocères, des Polypiers et des Crinoïdes. Si, grâce à l'*Agoniatites*, on considère ce dernier niveau comme Eifélien supérieur, on peut attribuer le niveau inférieur à la base de l'Eifélien qui, avec le même facies, est bien caractérisée dans la Saoura ([2]).

Quant au Dévonien supérieur, bien développé dans le reste du Sahara, son existence dans la région n'a pas encore été confirmée par des fossiles.

Carbonifère. — La présence du Carbonifère dans la région de Taoudeni a déjà été signalée par Chudeau ([3]) et par Flamand ([4]), mais les niveaux n'en avait pas pu être précisés avec certitude.

Nous signalerons dans le Tournaisien : 1° à 35-40^{km} au sud d'Agueraktem : *Muensteroceras* cf. *Oweni* Hall, *Spirifer tornacensis* de Kon., *Sp. Konincki* Dav., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Spiriferina*, *Athyris*, des *Productus* sémiréticulés, *Pustula*, *Rhipidomella*, *Rhynchonella*, *Dielasma*, *Orthoceras*, *Conularia*, Gastéropodes, *Zaphrenthis*, *Michelinia*, *Palæacis* et tiges de Crinoïdes; à Oum-el-Assel : *Spirifer tornacensis* de Kon., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Athyris lamellosa* L'Ev., *A. Roissyi* L'Ev., *Ripidomella Michelini* L'Ev., *Leptæna rhomboidalis* Wilck.; des *Productus* sémiréticulés, *Rhynchonella*, *Dielasma*, *Orthoceras*, *Zaphrentis*, *Michelinia* et tiges de Crinoïdes.

Le Viséen inférieur a fourni près d'Oum-el-Assel : *Spirifer striatus* Mart., *Syringothyris cuspidata* Mart., *Leptæna rhomboidalis* Wilck., *Productus cora* d'Orb.; des *Productus* sémiréticulés, *Pustula*, *Dielasma*.

([1]) N. Menchikoff, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1237.

([2]) N. Menchikoff, *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 2e série, II, 1933, p. 115.

([3]) *Bull. Soc. géol. France*, 4e série, 10, 1910, p. 11.

([4]) *Thèse*, Lyon, 1911, p. 245.

Du Viséen supérieur, qui forme les plateaux calcaires des Hamada el-Hareicha et Safia, proviennent, de divers points : *Productus hemisphæricus* Sow., *Pr. auritus* Phill., *Pr. striatus* Fisch., *Cyathophyllum Murchisoni* M. Edw. et Haime, *C. regium* Phill., *Lithostrotion irregulare* Phill.

Dès la fin du Dinantien, une régression s'esquisse dans le bassin de Taoudeni, comme ailleurs sur le reste de la plateforme saharienne : aux couches marines calcaires font suite des grès et des argiles lie de vin, parfois gypsifères, d'un caractère lagunaire ou continental.

En résumé, les résultats indiqués ci-dessus montrent que le Paléozoïque du flanc nord du Synclinal de Taoudeni est, dans l'ensemble, analogue à celui du Synclinal de Tindouf au nord du massif des Eglab. On y constate: 1° une transgression cambro-ordovicienne sur le socle ancien [1]; 2° un régime marin franc au cours du Gothlandien, du Dévonien et du Carbonifère inférieur; 3° le retrait général de la mer paléozoïque dès le début du Carbonifère moyen. Dans toute cette série, aucune discordance n'a été observée jusqu'à présent.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension du Bathonien dans les zones intra-alpines au Sud de la Guisane.* Note de M. **Fernand Blanchet**, présentée par M. Charles Jacob.

La deuxième édition de *Feuille géologique de Briançon* au 80000e figure un Lias assez développé dans toute la *Zone du Briançonnais*, tant dans sa partie axiale que sur ses deux bords, et compris sous les symboles l, l^{2a}, l^{2b}, ...

A la vérité *deux localités seulement* y ont fourni des fossiles liasiques déterminables; *en dehors du Rhétien*, dont il n'est pas question ici et que l'on rencontre çà et là en placages sur le Trias; ce sont : le Massif des Grands-Becs (Nord de Montgenèvre), où Ch. Pussenot a signalé *Schlotheimia angulata* Schl. et, un peu plus au Sud, le Col de l'Alpet, où le même géologue et moi avons récolté plusieurs exemplaires déterminables d'*Arietites* (*Corniceras*) *Bucklandi* Sow. sp. Mais ces deux localités situées sur la bordure orientale de la Cordillère briançonnaise, appartiennent en réalité à ce que j'ai défini [2] sous le nom de *zone de passage* aux Schistes lustrés.

---

[1] Il faut remarquer que la série de la base du Palézoïque est beaucoup plus développée au sud-est de l'axe cristallin des Eglab qu'au nord-ouest et y débute probablement plus tôt.

[2] *Étude géologique des Montagnes d'Escreins* (*Hautes et Basses-Alpes*) (*Thèse*, Paris, 1935), p. 133.

Rappelons aussi que la partie la plus méridionale de la Zone du Briançonnais (Nord-Est de la Feuille *Gap*) est *dépourvue de Lias* (1); le Bathonien *fossilifère*, premier terme de la série jurassique de la région, y est représenté par des schistes et des calcaires noirs *bien caractéristiques*, accompagnés à leur base par des brèches, des conglomérats (Crête de Vars) et des calcaires oolithiques, l'ensemble de la formation reposant transgressivement sur les « Calcaires à Gyroporelles » du Trias supérieur.

Ainsi conçue, la Feuille Briançon marque donc, dès sa partie la plus méridionale, un brusque changement dans les conditions bathymétriques du géanticlinal briançonnais.

Au cours de ma dernière campagne d'été, j'ai visité quelques-uns de ces affleurements considérés comme liasiques et j'ai acquis la conviction qu'ils doivent être, au moins en partie, rapportés au Bathonien.

L'un d'eux, situé à l'Est de La Roche-de-Rame, à l'entrée des gorges de Bouchouse et sur la rive gauche du torrent, est réduit à quelques dizaines de mètres d'un calcaire noir à *cassure fétide*, renfermant de très nombreuses sections de fossiles et présentant à sa base des *microbrèches cendrées* et des *calcaires oolithiques;* cet ensemble qui repose sur les calcaires triasiques est en tous points identique au Bathonien des Montagnes d'Escreins.

De même, aux environs de Vallouise, j'ai très nettement reconnu la présence du Bathonien près de la chapelle du Puy-Saint-Vincent et, plus au Nord-Est, sur le sentier de l'Eychauda, au-dessus du canal de Vallouise. En ce dernier point, MM. Gignoux et Schneegans (2) pensent également que le Bathonien est mêlé aux assises noires de la région, mais, pour eux, on aurait là une série stratigraphique complète du Rhétien à l'Oxfordien.

Sans nier l'existence en ce point des étages liasiques inférieurs, bien que ceux-ci n'y soient point paléontologiquement reconnaissables, je crois au contraire que la série en question présente une lacune stratigraphique assez importante à la base du Bathonien; les assises que j'attribue à cet étage débutent en effet par quelques bancs de *microbrèche cendrée* accompagnés d'un *conglomérat* à galets gris et jaunes de calcaires triasiques analogue au conglomérat de base du Bathonien de la Crête de Vars (Escreins).

Enfin, plus au Nord, la route de Briançon au Lautaret recoupe à diverses reprises des calcaires noirs à nombreux débris organisés (Polypiers, etc.) et *enduit rouge*, également accompagnés de microbrèches caractéristiques et que je n'hésite pas à rattacher au Bathonien.

---

(1) F. Blanchet, *ibid.*, p. 54.
(2) *C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, 5 mars 1934, p. 66.

L'un de ces affleurements est visible sur le bord de la route près de l'auberge de l'Alpe où il enveloppe un superbe anticlinal de calcaires triasiques; l'autre est situé à la Madeleine, à 1500^m environ en aval du Col du Lautaret.

Il résulte de ces quelques observations que si le Lias existe dans la zone du Briançonnais au Sud de la Guisane et de la Clarée, ce qui n'est pas prouvé, il ne doit être représenté que par ses termes les plus inférieurs; ceux-ci seraient alors d'autant plus développés de bas en haut que l'on s'éloigne de l'axe de la Cordillière; mais le Lias ne paraît nulle part y offrir une série complète et a certainement été confondu en de nombreux points avec les dépôts bathoniens.

Et ainsi la transgression médio-jurassique, qui est la règle générale dans le Briançonnais méridional, présenterait dans les régions intra-alpines, une extension beaucoup plus considérable que ne l'indique la deuxième édition de la *Feuille géologique de Briançon* et atteindrait jusqu'aux écailles inférieures définies par P. Termier dans les Montagnes entre Briançon et Vallouise.

BOTANIQUE. — *Le chondriome dans les cellules excrétrices de* Primula obconica *et ses modifications*. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons décrit [1] l'évolution du chondriome pendant le développement des poils sécréteurs de *Primula obconica*; l'enrichissement des cellules en chondriome au cours de ce développement, la prédominance de la forme chondrioconte dans les cellules terminales sécrétrices en fin de croissance, puis l'appauvrissement de ces cellules en chondriome au cours de la genèse de la sécrétion et la disparition des chondriocontes. Nous avions émis l'hypothèse que la raréfaction progressive en chondriome était en liaison avec l'activité excrétrice des cellules.

De nombreux auteurs ont déjà signalé la difficulté de mettre la sécrétion en évidence dans les cellules excrétrices; c'est également ce que nous avons constaté chez *Primula obconica*. Les méthodes habituelles de coloration sur le frais ne nous ont donné que des résultats insuffisants en ce qui concerne la localisation exacte et le mode de formation des produits d'excré-

---

(1) M. Hocquette, *C. R. Soc. Biol.*, **120**, 1935, p. 29.

tion. Toutefois le bleu d'indophénol, déjà utilisé par Guilliermond et Mangenot ([1]) en cytologie végétale, donne des renseignements plus précis.

La difficulté est plus grande encore lorsqu'il s'agit de conserver les inclusions dans les préparations cytologiques du fait de leur grande solubilité dans les solvants organiques; nous avons pu cependant parfois colorer les inclusions par la technique d'Altmann après fixation mitochondriale. Elles apparaissent aussi plus ou moins nettement après fixation par des liquides osmiqués. Nous avons obtenu les préparations les plus démonstratives par action modérée, après fixation mitochondriale, d'une solution de nitrate d'argent, puis réduction sur coupe par une liqueur réductrice, spécialement le réducteur de Ramon y Cajal; une coloration ultérieure à la fuschine teint les chondriosomes en rouge, les inclusions et la sécrétion dans le réservoir au contraire sont noircies par l'argent; des précipités vacuolaires apparaissent également en noir.

Cette technique nous a donc permis de mettre en évidence dans les cellules excrétrices à la fois le chondriome et les inclusions.

Par les méthodes mitochondriales, dans les cellules excrétrices jeunes, en fin de croissance de poil, on voit que la plupart des longs chondriocontes, d'abord en filaments d'épaisseur régulière, s'épaississent à leurs extrémités, modification morphologique qui semble s'opérer au contact de petites vacuoles; des contacts entre des chondriosomes et de petites vacuoles allongées ou arrondies qui se présentent comme bordées ou serties dans un segment épaissi de chondrioconte s'observent très fréquemment.

Après traitement par le nitrate d'argent les régions terminales épaissies de certains chondriocontes offrent une affinité nette pour l'argent et se montrent colorées en noir intense sous l'effet d'un réducteur. On observe alors des chondriosomes ayant une partie centrale ou terminale fuchsinophile, les deux extrémités ou une seule étant au contraire argentophile.

A un stade ultérieur les chondriocontes plus courts offrent une région argentophile plus importante et plus renflée alors que la partie fuchsinophile de l'élément mitochondrial se montre plus réduite. Dès lors des sphérules ou des masses plus volumineuses argentophiles, représentant la sécrétion, s'observent dans les cellules.

Pendant ces phénomènes on observe toujours des chondriosomes fuchsinophiles d'abord filamenteux, puis en bâtonnets ou en granules et, lorsque

---

([1]) *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 600.

l'activité sécrétrice cesse, on ne trouve dans la cellule que des formes courtes.

Ces observations montrent que la forme chondrioconte subit des transformations au cours de l'élaboration de la sécrétion; le chondriome en bâtonnets ou en granules ne présente par contre aucune modification apparente. Ces transformations se traduisent d'abord par une fixation élective de l'argent, dans les conditions indiquées, dans une région très limitée des extrémités des chondriocontes, puis sur une partie plus importante qui s'épaissit, la région fuchsinophile paraissant en même temps se réduire. Enfin vers la fin des processus sécrétoires, le chondriome très réduit quantitativement et morphologiquement est surtout fuchsinophile.

Les transformations que subissent les chondriocontes reflètent une modification d'ordre chimique et sont vraisemblablement l'indice d'un pouvoir réducteur plus élevé (le nitrate d'argent n'est pas réduit directement; celui-ci ne mettrait en évidence que secondairement le pouvoir réducteur qui en réalité s'exercerait effectivement sur le mélange fixateur et c'est le sel d'argent formé ultérieurement qui se trouverait réduit finalement par le réducteur de Cajal). Cette modification est, semble-t-il, en relation d'une part avec l'élaboration de la sécrétion et, d'autre part, avec l'appauvrissement en chondriome des cellules excrétrices et la disparition dans ces cellules de la forme chondrioconte.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude de l'action auxogène des extraits de tissus animaux normaux et pathologiques sur le développement de* Phycomyces. Note de M. **William Henri Schopfer**, présentée par M. Marin Molliard.

La culture de *Phycomyces* sur un milieu rigoureusement synthétique n'est possible qu'avec adjonction d'un facteur de croissance d'origine végétale. Il a été démontré que la vitamine Bl cristallisée (5 préparations différentes) (¹) possède dans ce cas une forte action auxogène; c'est à la présence de cette dernière dans les tissus végétaux étudiés (germes de blé, levure, pollen, polissures de riz, feuilles de plus de 200 espèces), qu'il faut rapporter l'effet activant observé. Ceci étant démontré, nous nous demandons si les tissus animaux, normaux et pathologiques sont également

(¹) W. H. Schopfer, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1965.

capables de produire une telle activation. Une expérience préliminaire est conduite avec des petits fragments de tissus frais (Lapin), ajoutés en quantité croissante (de 0,1 à 1g) au milieu de base inactif et stérilisés avec lui. Les poids secs des récoltes sont les suivants : foie, 16, 21, 74, 128, 147mg; rein, 115, 125, 138, 160, 156mg; poumon, 21, 39, 120, 119mg; pancréas, 10, 30, 57, 79; glande salivaire, 21, 101, 103mg; sérum, 0 à 6mg.

Sauf pour le sérum, toutes les cultures sont bien développées et ont un mycélium aérien fourni.

Les essais quantitatifs suivants confirment ces observations.

a. Foie haché en pulpe fine; 2g de celle-ci sont agités dans 100cm³ d'eau; la suspension trouble, après décantation, est ajoutée au milieu inactif (25cm³):

Extrait (cm³)......	0	5/100	1/10	3/10	5/10	1	2	4	8
Récolte (mgr.)......	6	9	8	12	18	27	54	70	90

A partir de 1/10 de centimètre cube, contenant les substances correspondant à 0g,002 de foie, l'action auxogène est nette. Elle est proportionnelle à la quantité d'extrait ajoutée.

b. Concentration de l'extrait de foie (1). 500g de foie hachés sont épuisés par l'alcool à 80°; après évaporation de l'alcool, précipitation par la baryte et filtration, neutralisation par l'acide sulfurique, précipitation de la vitamine B2 par l'acétate de plomb et traitement par l'hydrogène sulfuré, nous obtenons 30cm³ d'un concentré sirupeux qui est ajouté au milieu inactif. Cette méthode conduit à une concentration du bios et de la vitamine B1, avec élimination de la vitamine B2 :

Extrait (cm³)......	0	5/100	1/10	3/10	5/10	1	2
Récolte (mgr.)......	6	96	110	120	174	190	176

Avec 5/100 de centimètre cube, nous nous trouvons déjà très en dessus de la limite inférieure d'action.

Nous constatons, d'autre part, que le facteur de croissance en cause, thermostable (115° pendant 15 minutes) est complètement adsorbé par le noir animal.

La teneur du foie en vitamine B1 étant connue, il nous semble logique de rapporter à cette dernière, au moins en partie, l'action intense des extraits de foie, de pancréas et peut-être des autres organes que nous n'avons pas étudiés en détail.

---

(1) B. T. Narayanan, *Biochem. Journ.*, 24, 1930, p. 16; B. T. Narayanan et J. C. Drummond, *Biochem. Journ.*, 24, 1930, p. 19.

Des recherches parallèles sont faites avec une tumeur (carcinome du sein, n° 5242, Institut pathologique, Berne). Le tissu frais, non traité, ajouté en quantité croissante au milieu, donne lieu à une activation nette (récolte : 38, 43, 63, 58, 64, 97, 117, 130^{mg}). Le même tissu est dégraissé par l'éther et épuisé par l'alcool; l'extrait alcoolique, fortement coloré en jaune, exerce une action auxogène nette, mais le développement se fait très lentement; avec les doses élevées de cet extrait, les thalles sont fortement colorés en jaune par suite d'une formation abondante de carotène.

On a déjà signalé des facteurs de croissance du groupe du bios, agissant sur la levure, dans les tissus animaux normaux ([1]) et pathologiques. Le bios ne semblant pas intervenir dans le métabolisme de *Phycomyces*, ce n'est pas à cette substance que l'on doit rapporter les effets observés avec nos extraits.

Conclusions. — Les tissus animaux normaux étudiés ici, ainsi que leurs extraits (foie) contiennent un facteur de croissance thermostable, hydro et alcoosoluble, adsorbable par le noir animal; l'action auxogène qu'il exerce peut être partiellement expliquée en admettant qu'il s'agit de la vitamine B 1 présente dans ces tissus. Une tumeur et son extrait alcoolique produisent, quoique beaucoup plus lentement, un effet analogue.

MICROCHIMIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur la présence d'enclaves stériniques dans les feuilles et les fleurs de Lis*. Note posthume de M. **Marcel Mirande**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

J'ai signalé ([2]) la présence dans les cellules épidermiques du bulbe de *Lilium candidum* de stérine (liliostérine) sous deux formes différentes : l'une localisée dans des corps que j'ai désignés sous le nom de *stérinoplastes*: l'autre à l'état de blocs concrétionnés remplissant parfois la cellule et obtenus seulement sous l'action de la dessiccation ou du gel. Dans d'autres espèces de Lis, je n'ai pu retrouver que cette seconde forme de stérine.

L'étude des organes végétatifs et de la fleur de *Lilium candidum* m'a permis depuis de déceler la présence de blocs concrétionnés de stérine dans les cellules épidermiques des feuilles, préfeuilles et bractées de la hampe florale, ainsi que dans celles des diverses pièces florales. Dans les bractées

---

([1]) C. Dittmar, *Biochem. Zeitschr.*, 279, 1935, p. 99.

([2]) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 327, 596, 769; 179, 1924, p. 638, 986; et 180, 1925, p. 1768.

et préfeuilles, la stérine est représentée le plus souvent par un seul bloc par cellule, de tailles diverses, constitué par un amas mamelonné, en grappe de raisins. Dans les fleurs en bouton, des enclaves de stérine s'observent tout à fait au sommet de l'épiderme des sépales, dans la zone papilleuse et à une certaine distance de celle-ci, ainsi que dans celui de la région du capuchon glanduleux des pétales. Ces enclaves se présentent sous forme de blocs d'aspect spongieux, peu réfringents ou de boules séparées, nombreuses, d'aspect huileux, ressemblant plus à des vacuoles qu'à des concrétions; elles peuvent même revêtir la forme de véritables vacuoles de toute taille ou parfois de concrétions. Les blocs spongieux se colorent en violet par le bleu d'indophénol naissant en prenant un aspect granuleux. Elles disparaissent par un traitement par la glycérine chauffée jusqu'à l'ébullition, en laissant à leur place des vacuoles dont le contour apparaît très distinctement par le réactif iodo-ioduré. Les blocs homogènes se teignent en violet par le bleu de crésyl et en jaune par l'iodo-iodure de potassium. Si l'on traite par l'alcool une préparation colorée par le bleu de crésyl, la stérine se dissout en laissant à sa place un squelette colorable par l'iode. Les enclaves prennent avec le réactif d'Axenfeld une teinte rouge, et, si l'on fait passer de l'alcool dans la préparation, la stérine se dissout et il ne subsiste plus que la membrane plasmique (manteau) qui les entoure et qui reste rouge.

Dans l'épiderme de l'étamine, la stérine est localisée dans les deux faces, à la base de la région papilleuse, sous forme de sphérocristaux, au nombre de 1 par cellule, et qui présentent parfois une striation radiaire. Entre nicols croisés, ces sphérocristaux montrent une belle croix noire, la croix blanche offrant des stries concentriques rougeâtres. Ils ont une biréfringence négative. Ces sphérocristaux se colorent fortemennt par le bleu de crésyl et donnent d'une manière très nette la réaction des stérines par l'acide sulfurique et l'anhydride acétique après desséchement des préparations. Dans les écailles sèches, d'autres sphérocristaux et de petites boules en forme d'anneaux et de biréfringence positive apparaissent en grand nombre.

Des inclusions stériniques ont été retrouvées dans *Lilium tigrinum*, dans toute l'étendue de l'épiderme inférieur des sépales, dans l'épiderme des deux faces de l'étamine et dans celui du style, surtout au voisinage du stigmate. Ces inclusions se présentent sous forme de gros corps qui sous nicols croisés donnent la croix noire avec une teinte rouge et montrent une biréfringence positive. Ces corps, très semblables à ceux que j'ai décrits dans le *Lis Martagon*, présentent comme ces derniers une structure fibril-

laire sous la simple action de l'eau. Ils diffèrent cependant de ceux du *Lis Martagon* par le fait que cette structure fibrillaire disparaît lorsqu'on chauffe la préparation. Ces inclusions se colorent en brun foncé par l'iodo-iodure de potassium et si l'on ajoute de l'acide sulfurique, ils diffluent, se transforment en masses rouges sang et peu à peu se résolvent en grains rouges très serrés.

J'ai rencontré enfin des blocs de stérine dans l'épiderme dorsal de la région papilleuse des sépales de *Lilium excelsum* (*testaceum isabellinum*). Ceux-ci ont un aspect semblable à ceux de *L. candidum*. Ils se présentent sous forme de masses irrégulières, nébuloïdes, d'aspect spongieux, généralement très gros et au nombre de un par cellule. Ils se dissolvent rapidement dans l'alcool, lentement dans la glycérine étendue d'eau, en laissant un manteau très net. Dans l'étamine de la même plante, on trouve, dans chaque cellule épidermique, un amas de stérine à biréfringence positive qui se colore en jaune par l'iodo-iodure de potassium et qui, si l'on ajoute de l'acide sulfurique, prend une teinte rouge intense et se résout en petits grains rouges.

Dans les pétales de *Lilium Hansoni*, j'ai trouvé, surtout au voisinage de la pointe papilleuse, de gros corps réfringents, au nombre de 1 à plusieurs par cellule qui ressemblent à des stérinoplantes, mais ceux-ci ne sont pas modifiés par l'ébullition et se colorent par le soudan en solution dans l'alcool; ils ne peuvent donc être considérés comme formés de stérine.

Je n'ai trouvé d'autre part aucune stérine dans *L. Thunbergianum alutaceum*, *L. Thunbergianum biligulatum* et *L. superbum*.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Saxifragacées. Développement de l'embryon chez le* Saxifraga granulata *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

On pourra s'assurer, en consultant le Mémoire que Johan Mauritzon [1] a consacré aux Saxifragacées, que la marche de la segmentation n'a été rigoureusement suivie dans aucune des espèces de cette famille. J'ai pu trouver, dans le *Saxifraga granulata* L., un exemple particulière ment favorable, qui m'a permis de procéder à des observations très

---

(1) *Studien über die Embryologie der Familian Crassulaceae und Saxifragaceae.* Lund, 1933.

complètes, ne laissant subsister ni doutes ni lacunes dans les processus du développement embryonnaire chez cette plante.

La cellule, *ca*, du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) donne deux cellules superposées, *cc* et *cd* (*fig.* 2 et 3). La première engendre l'embryon proprement dit, conformément

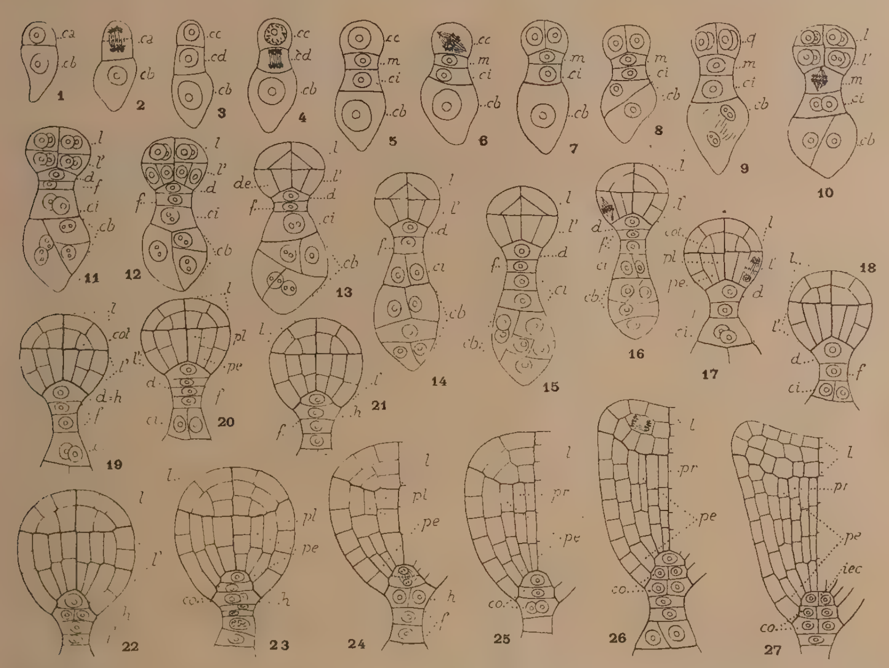


Fig. 1 à 27. — *Saxifraga granulata* L. — Les principales étapes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule fille supérieure de *ca*, donnant l'embryon proprement dit; *cd*, cellule fille inférieure de *ca*; *ci*, cellule fille inférieure de *cd*, donnant la portion moyenne du suspenseur; *m*, cellule fille supérieure de *cd*; *f*, cellule fille inférieure de *m*, donnant la portion supérieure du suspenseur; *d*, cellule fille supérieure de *m* ou hypophyse; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, primordium de la coiffe. G. : 320.

aux règles qui ont été souvent décrites au sujet des Crucifères. Comme dans cette famille, il se différencie deux assises sous-épidermiques très nettes aux dépens des octants supérieurs (*l*, *fig.* 22 à 27). La cellule, *cd* (*fig.* 3), se partage, par une paroi horizontale, en deux éléments encore superposés, *m* et *ci* (*fig.* 4 à 9). L'élément *ci*, en règle très générale, se divise verticalement en deux cellules juxtaposées et produit la portion *moyenne* du suspenseur (*fig.* 10, 11, 14, 16, 17, 18). L'élément *m* se cloisonne toujours horizontalement (*fig.* 10 à 15) : sa cellule-fille inférieure, *f*, qui peut prendre encore une ou deux cloisons horizontales (*fig.* 16, 22, 23), produit la portion

supérieure, la plus rétrécie, du suspenseur; sa cellule-fille supérieure, *d*, se convertit directement en cellule hypophysaire (*fig.* 19, 21). Quelquefois cependant, c'est aux dépens d'une nouvelle cellule, engendrée par division transversale de *d*, que se différencie l'hypophyse. Cette différenciation est assez tardive; elle n'a lieu le plus souvent qu'après formation des premières parois transversales dans les trois histogènes de l'hypocotyle (*fig.* 21). Il est à noter que l'initiale primordiale des quatre initiales définitives de l'écorce de la racine ne se trouve individualisée, dans l'hypophyse, qu'au terme de la 2e division transversale; la cloison déterminant cette division vient s'appuyer sur les parois latérales limitant inférieurement les premiers éléments de périblème (*fig.* 24 à 27).

La cellule, *cb*, du proembryon bicellulaire produit assez tard un massif globuleux composé d'un petit nombre de macromères (*fig.* 8 à 16). Cette portion *inférieure*, renflée, du suspenseur est résorbée par l'albumen, au terme de la vie proembryonnaire.

Si l'on fait abstraction de la cellule basale et des quelques éléments qu'elle produit, on peut finalement conclure de ces observations que les lois du développement sont fondamentalement identiques, chez le *S. granulata*, à celles qui ont été établies au sujet du *Sedum acre* [1]. Les différences d'ordre secondaire que l'on peut signaler résident : 1° dans la construction de deux assises sous-épidermiques dans la zone circumaxiale de la partie cotylée, chez le *S. granulata*; 2° dans le mode de construction du tissu hypophysaire; 3° dans la formation de macromères aux dépens de la cellule basale.

ZOOLOGIE. — *L'hybridation chez les Anoures de Canton* (*Chine*). Note de M. **Tchou Su**, présentée par M. Charles Gravier.

Sous le climat chaud et humide de la Chine méridionale, les formes d'Anoures sont nombreuses, et leur période de reproduction est exceptionnellement longue. Au cours de trois années consécutives passées à l'Université de Canton (1933 à 1935), d'abondants matériaux recueillis journellement dans les rizières et les mares, de mars à juin, nous ont permis d'étendre à 11 espèces nouvelles nos expériences d'hybridation sur les formes françaises (1931) [2]. Ces 11 espèces sont les suivantes : *Microhyla ornata*, *M. pulchra*, *Calophrynus pleurostigma*, *Kaloula pulchra*, *Rana tigrina*, *R. limnocharis*, *R. lateralis*, *R. taipehensis*, *Oxyglossus lima*, *Bufo melanostictus*, *Rhacophorus leucomystax*.

---

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 521; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **74**, 1927, p. 234.

(2) Tchou Su, *Arch. d'Anat. microsc.*, **27**, 1931, p. 1-105.

Sur 35 de nos croisements, les œufs sont monospermes et engagent un développement d'apparence normale. Mais dans 16 cas seulement, nous obtenons des larves nageantes et seuls les œufs de *Microhyla ornata* fournissent des individus hybrides franchissant la métamorphose (*Microhyla ornata* ♀ × *Microhyla pulchra* ♂, *M. ornata* ♀ × *Calophrynus pleurostigma* ♂) : nous reviendrons sur ces individus viables. Quatre autres types de cultures hybrides se désagrègent au stade neurulaire. Cinq autres périclitent au stade gastrulaire, dans les dix dernières c'est le bloquage classique sur des stéréoblastulas.

Ces diverses opérations seront décrites en détail comme rentrant dans le cadre du *faux-hybridisme*.

Nous les détachons ici de divers essais où tout se réduisait à une polyspermie massive, ou bien à l'activation par simple contact des spermies : ajoutons les imprégnations dans lesquelles n'apparassait aucune réaction.

Sur une plus grande échelle, et avec les variantes intéressantes, cette étude prouvera la généralité des résultats antérieurement acquis.

Mais nous voulons relever certains faits qui ont une portée générale.

1° Le premier vise la *puissance de pénétration des spermies* en rapport, selon *Pflüger*, avec le degré de perméabilité des enveloppes de l'œuf. Si, dans tel cas particulier comme celui du Pelodyte, nous n'avons pu écarter certaines complications *spécifiques*, la conception garde *grosso modo* sa valeur, même pour l'ensemble imposant des opérations actuelles. La spermie de *Rhacophore* prend ici la place privilégiée que tenait celle de *Peloleate* chez les Anoures européens. Elle pénètre facilement les œufs de *toutes* nos formes chinoises; et, avec l'éventualité sporadique d'une polyspermie intense, déclenche *partout* un faux-hybridisme qui comporte une certaine proportion de larves. Et la remarque trouve sa réciproque sur les œufs du même type, *qui n'acceptent le sperme d'aucune autre espèce*.

L'œuf de *Bufo melanostictus* offre une résistance *presque* égale : il n'accepte d'autre sperme étranger que celui de *Rhacophore*, qui pousse sans développement jusqu'au têtard. Quant aux spermies de ce *Bufo*, elles sont efficaces sur toutes les espèces sauf deux (*Calophrynus* et *Rana lateralis*) : mais elles ne provoquent sur l'œuf de *Rhacophore* que l'activation par contact. A ces deux formes, s'oppose nettement *Rana limnocharis* : minimum d'activité spermatique, maximum de pénétrabilité des œufs, dont nous tirons des faux hybrides avec n'importe quel sperme étranger.

2° Un autre fait à signaler, c'est le clivage très spécial des œufs de *Rana tigrina*. Le tableau est ici le même que chez certains Urodèles où la

charge vitelline est considérable. Les quatre premiers plans de clivage sont verticaux, l'orientation latitudinale n'apparaissant qu'au cinquième. Il est intéressant de retrouver chez un Anoure ce type particulier qu'on a qualifié de *ganoïde*. Notons que, dans les croisements, les œufs en question conservent ce mode de division, et que les spermies de *R. tigrina* ne le transmettent pas aux œufs d'une autre espèce. Nous savions, par d'autres exemples, que l'organisation de l'œuf commande son clivage; mais la preuve n'en est donnée dans chaque cas particulier que par le contrôle de l'hybridation. Signalons encore que les mitoses embryonnaires sont nanties de centrioles très précis, ce qui est très exceptionnel chez les Anoures.

3° La gastrula n'est pas le seul stade critique auquel se heurte le développement des faux hybrides; nous avons vu, dans plusieurs croisements (avec *Microhyla pulchra* ♀ entre autres) des stéréoneurulas dilatés qui se pulvérisaient par milliers en quelques heures.

4° Enfin, tous les *faux hybrides diploïdes* que nous avons obtenus proviennent des œufs de *Microhyla ornata*, matériel *minuscule et très altérable*. Dans une seule opération portant sur 200 œufs (la fécondation était faite au sperme de *Calophrynus*), 9 têtards sur 60 ont franchi la métamorphose et ont été reconnus diploïdes. La condition de *surmaturité* doit être ici très fréquente : dans l'expérience en question, la femelle était capturée depuis 24 heures et son stock frôlait la limite de résistance. L'abondance relative des individus diploïdes issus de ce matériel fragile devient intelligible si l'on se reporte aux œufs surmatures d'*Hyla arborea* où nous constations dans les deux tiers des cas la *rétention du second globule polaire* (¹). La fusion secondaire des noyaux de la deuxième mitose maturatrice explique donc facilement, chez *Microhyla ornata*, une proportion notable de *faux hybrides viables*.

ZOOLOGIE. — *Sur le cycle évolutif d'un* Maritrema (*Trématodes*). Note de M. **Pierre Carrère**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans les gîtes d'eau saumâtre du delta du Rhône (Camargue orientale), j'ai eu l'occasion de suivre le cycle évolutif d'un Trématode, espèce nouvelle appartenant au genre *Maritrema* Nicoll, 1907, et de le reproduire expérimentalement.

(¹) E. Bataillon et Tchou Su, *Ann. des Sc. nat. Zool.*, 10ᵉ série, 17, 1934, p. 9-34.

Voici la description très résumée du parasite. Les dimensions sont de 630µ à 805µ sur 280µ à 380µ. La ventouse orale, subterminale, mesure 44µ à 58µ ; la ventrale 60µ à 72µ. Le prépharynx varie de 40µ à 100µ ; le pharynx arrondi a de 27µ à 40µ de diamètre, l'œsophage post-pharyngien, 95µ à 155µ. Les branches intestinales atteignent en arrière le bord antérieur ou même le milieu du testicule, et mesurent 210µ à 280µ. Les testicules, symétriques, sont arrondis, leur diamètre est de 110µ à 125µ. La poche du cirre, transversale, est au niveau du bord antérieur de la ventouse ventrale ; elle mesure 117µ à 137µ de long, sur 32µ à 40µ de diamètre maximum. Le pore génital est à gauche et à proximité de la ventouse ventrale. L'ovaire est également transversal, il se trouve au niveau du bord postérieur de la ventouse ventrale et à sa droite. Il mesure 120µ à 160µ sur 57 à 70µ. Les vitellogènes décrivent la courbe fermée caractéristique des *Maritrema* ; la partie antérieure transversale passe entre les testicules et l'ovaire, les côtés suivent parallèlement le bord du ver jusqu'au pore excréteur. L'utérus occupe principalement la partie postérieure du Trématode et forme autour des testicules deux circonvolutions caractéristiques. Les œufs mesurent 21µ à 22µ sur 11µ. La vésicule excrétice est en V.

Nous proposons pour cette espèce nouvelle le nom de *Maritrema rhodanicum*. Les formes les plus voisines se distinguent essentiellement de notre espèce par les caractères suivants :

Maritrema gratiosum Nicoll : rapport inverse des ventouses, pharynx allongé, poche de cirre plus étendue en arrière, ovaire trilobé et réduit.

Maritrema subdolum Jägerskiöld : dimensions plus petites, prépharynx plus court, pharynx plus allongé, surtout branches intestinales plus courtes, n'atteignant pas le niveau des testicules ; ovaire et testicules beaucoup plus petits.

Maritrema sachalinicum Schumakowitsch : dimensions plus grandes, rapport inverse des ventouses, et des branches intestinales avec l'œsophage, poche de cirre courbée à 180°.

Les premières formes larvaires sont hébergées par les Mollusques : *Paludestrina acuta* (Drap.), et *Pseudammonicola similis* (Drap.). Les cercaires prennent naissance dans des sporocystes. Elles sont du type *armata*, pourvues d'une queue ; leurs branches intestinales sont bien visibles, ainsi que les ventouses. Après leur mise en liberté, elles pénètrent chez divers Crustacés, dont *Gammarus locusta* L. Elles s'y enkystent et y mûrissent. Nous avons obtenu expérimentalement l'infestation d'un grand nombre de *Gammarus pulex* L., provenant d'un bassin privé où nous les prélevons indemnes depuis plusieurs années. Les Gammares s'infestent

par immersion dans les gîtes, mais pas au contact des cercaires dans l'eau douce au laboratoire. Nous n'avons pu jusqu'ici provoquer la progenèse, ni l'observer dans la nature. La métacercaire présente déjà les caractères de l'adulte avec les ébauches génitales (testicules, poche du cirre, ovaire, vitellogènes).

Nous avons obtenu expérimentalement la forme adulte chez des *Larus argentatus* var. *michahellesii* Bruch., recueillis à l'île de Riou dans leur nid et élevés au laboratoire; de même chez les Canards de nos élevages. L'infestation est intense chez le *Larus*, le Canard prend plus difficilement le parasite. La taille du Trématode est plus petite chez ce dernier hôte, l'infestation moins considérable, localisée à la partie terminale de l'intestin (généralisée chez le Lariforme), les parasites sont expulsés rapidement (ils persistent chez le Lariforme pendant au moins un mois). Le Chat et le Rat sont restés réfractaires.

ENTOMOLOGIE APPLIQUÉE. — *L'hexachloréthane dans la lutte contre les larves de moustiques*. Note de M. **Raoul-Michel May**, présentée par M. Maurice Caullery.

La lutte chimique contre les larves et nymphes des Moustiques a consisté, jusqu'ici, à les intoxiquer et à les suffoquer au moyen d'huiles diverses, qui agissent surtout par la voie du système respiratoire, à faire ingérer aux larves des substances toxiques, notamment le trioxyméthylène et des arsenicaux, enfin à dissoudre dans l'eau des substances telles que du sulfure de carbone, de l'iode, etc., qui ne sont pas supportées par les larves et nymphes et les détruisent. Chacune de ces méthodes a ses inconvénients.

Roubaud [1] a, le premier, étalé, sur la surface de l'eau contenant des larves de Moustiques, une poudre contenant un principe toxique, destiné à être ingéré (trioxyméthylène) et un véhicule inerte (farine ou craie en poudre).

Nous avons appliqué ce principe d'un véhicule inerte à une substance qui agit d'une tout autre façon, c'est-à-dire sous forme de gaz. L'hexachloréthane (C^2Cl^6) est un solide qui se sublime à la température ordinaire. Son action sous forme de gaz est très toxique sur les Moustiques adultes. Une dose de $0^g,025$ à $0^g,070$ par 10 litres d'air contenant des Moustiques adultes les tue en 1 heure 30 à 1 heure 45 minutes.

---

[1] E. Roubaud, *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 1521-1522.

Pour la lutte contre les larves et nymphes des diverses espèces de Moustiques nous avons adopté la méthode suivante : L'hexachloréthane est dissous dans un léger excès d'un solvant, en l'espèce du trichloréthylène. Puis nous ajoutons du talc sous forme de poudre très fine, nous mélangeons, et nous volatilisons le trichloréthylène par exposition à l'air, ou nous le récupérons par distillation sous pression réduite. Le mélange sec obtenu est broyé en poudre impalpable et tamisé. Comme proportions, nous nous sommes arrêté à deux tiers d'hexachloréthane et un tiers de talc. Ce choix a été déterminé par les résultats des expériences dans la nature. La poudre est étalée sur la surface d'eau contenant des larves et nymphes de Moustiques au moyen d'un soufflet ou d'une poudreuse.

Le gaz d'hexachloréthane, qui est sublimé, paraît pénétrer dans les larves aquatiques des moustiques, lorsqu'elles remontent en surface, par voie du système respiratoire, mais son action semble être paralysante et agir en dernier lieu sur le système nerveux.

Une simple couche du mélange hexachloréthane 2/3 – talc 1/3, sur l'eau, suffit pour détruire en quelques heures toutes les larves et la presque totalité des nymphes, même si l'eau en contient un nombre très considérable, ainsi que nous l'avons constaté dans des accumulations d'eau de pluie en Camargue.

Les avantages de cette méthode sur celles employées jusqu'à présent sont les suivants : elle ne souille pas l'eau et ne la rend pas impropre aux usages domestiques ou à l'arrosage des légumes. Elle ne détruit pas les organismes autres que les formes aquatiques des Moustiques qui se trouvent dans l'eau traitée. Le mélange pénètre bien dans les agglomérats d'herbes et d'algues. Comme il n'agit que pendant quelques heures, les femelles (de Moustiques) pondeuses ne sont pas écartées définitivement et incitées à rechercher des gîtes de ponte nouveaux, d'accès plus difficile. Le mélange n'est pas toxique pour l'Homme et les animaux supérieurs. Il détruit les larves et nymphes de toutes les espèces, *Culex*, *Anophèles*, *Aèdes*, *Stegomyia*, etc. Enfin c'est un procédé qui n'est pas très coûteux.

Le mélange hexachloréthane-talc est donc un produit qui réunit les avantages des huiles avec ceux des poudres larvicides. Il est applicable dans des conditions très variées, mais surtout dans les petites accumulations d'eau qui restent exposées en permanence à l'air, telles que les bassins d'arrosage, les tonneaux d'eau de pluie, etc. Comme les autres méthodes chimiques employées jusqu'ici, il faut en faire usage à intervalles réguliers pendant la saison de reproduction des Moustiques. Mais son innocuité permet de la mettre entre des mains peu expérimentées.

PROTISTOLOGIE. — *La nutrition de l'Euglénien* Astasia Chattoni. Note de MM. **André Lwoff** et **Hisatake Dusi**, présentée par M. Félix Mesnil.

Les *Astasia* sont des Eugléniens incolores ayant perdu le pouvoir de réaliser la synthèse de la cholorophylle et qui, comme les Euglènes dont elles dérivent, accumulent une substance de réserve glucidique voisine de l'amidon, le paramylon. Il pouvait être intéressant de posséder quelque précision sur leur nutrition carbonée. Les données sur cette question sont extrêmement réduites. F. Mainx (1928), qui a obtenu le premier la culture bactériologiquement pure d'une *Astasia A. ocellata*, admet que cette espèce peut couvrir ses besoins carbonés *seulement* aux dépens des acides aminés, *non aux dépens des acides gras*. Cette conclusion semble en contradiction avec les résultats de ses propres expériences tels qu'ils apparaissent dans le tableau, d'ailleurs difficile à interpréter, de la page 384 de son mémoire.

Or nos recherches sur la nutrition, d'une part des Leucophytes, d'autre part des Chlorophytes expérimentalement privés de chlorophylle ou de la fonction chlorophyllienne, nous ont amenés à considérer que les organismes qui, en l'absence des produits de la photosynthèse, font la synthèse de réserves glucidiques figurées (amidon ou paramylon), sont des organismes oxytrophes. Il fallait savoir si les faits signalés par Mainx constituaient une exception à la règle et dans quelle mesure cette exception était l'apanage des *Astasia*. Nous savions d'ores et déjà que l'acide acétique est assimilé par *Astasia Chattoni*. Dans le milieu suivant : PO^4KH^2, 0,25; SO^4Mg, 0,25; KCl, 0,25; Fe^2Cl^6, traces; peptone de soie Roche, 4; eau bidistillée, 1000; NaOH, q. s. pour pH = 7,0, la culture atteint une densité de 18 à 30 flagellés par millimètre cube. L'addition des acides suivants permet d'obtenir des cultures dont la densité dépasse 200 flagellés par millimètre cube : acides acétique, propionique, butyrique normal, valérianique normal, caproïque normal, pyruvique et lactique. L'acide propionique est le moins favorable; les acides burytique et caproïque normaux, les meilleurs : nous avons compté jusqu'à 685 flagellés par millimètre cube dans le milieu à l'acide butyrique, 596 dans celui à l'acide caproïque. L'acide isobutyrique provoque un léger enrichissement des cultures : 50 *Astasia* par millimètre cube. Si l'on remplace la soie hydrolysée par une peptone de viande (peptone 5C de Vaillant), on obtient, sans acétate de sodium, 40 flagellés par millimètre cube, avec acétate, 518 flagellés.

Le coefficient d'oxytrophie d'*Astasia Chattoni* est donc voisin de 13 : *Astasia Chattoni* est bien oxytrophe, comme d'ailleurs aussi *A. ocellata* (*contra* Mainx) d'après des recherches encore inédites de Luigi Provasoli. On ne connait donc pas encore de Leucophyte qui ne soit oxytrophe.

Rappelons que notre conception de l'oxytrophie, liée à la synthèse des réserves glucidiques figurées par le plaste en l'absence de photosynthèse, est actuellement fondée sur les exemples suivants : *Polytoma uvella* (E. G. Pringsheim, 1921 ; A. Lwoff, 1925-1932), *Chlamydomonas agloeformis* (A. et M. Lwoff, 1929), *Haematococcus pluvialis* (A. et M. Lwoff, 1929), *Euglena gracilis* (A. Lwoff et H. Dusi, 1929-1931 ; A. Lwoff, 1932 ; H. Dusi, 1933), *Chlamydomonas pseudagloe*, *monoica*, *dorsoventralis*, *subglobosa*, *pulchra* (Lucksh, 1932, qui n'a pas eu connaissance des résultats de A. et M. Lwoff 1929, sur *Chlam. agloeformis*), *Chlorogonium euchlorum* et *elongatum* (Loefer, 1934 ; Pringsheim, 1934-1935 ; A. Lwoff et H. Dusi, 1935), *Astasia Chattoni* (A. Lwoff et H. Dusi, 1934-1936), *Polytomella agilis* (Pringsheim, 1935 ; A. Lwoff, 1935), *Chilomonas paramæcium* (Loefer, 1934, A. Lwoff et Dusi, 1934), *Polytoma caudatum* (A. Lwoff et L. Provasoli, 1935), *Astasia ocellata* (L. Provasoli, inédit). Tous ces flagellés sont oxytrophes alors que les organismes dépourvus de plastes (Protozoaires, Bactéries, Levures) sont haplotrophes, ce qui nous a conduits à considérer l'acide acétique comme l'un des tout premiers produits de l'assimilation chlorophyllienne.

D'après la conception classique, la synthèse de l'amidon par les plantes vertes passe par les étapes suivantes :

CO^2 → aldéhyde formique → glucose → amidon,

et l'idée que l'amidon est synthétisé à partir du glucose a été adoptée par E. G. Pringheim (1921) ; celui-ci a montré cependant que le glucose est incapable de remplacer l'acide acétique pour la nutrition de *Polytoma uvella*, constatation que nous avons étendue à de nombreux flagellés oxytrophes. Or on devrait s'attendre à ce que les produits de l'assimilation photosynthétique du CO^2, et, d'une façon plus générale, les corps intermédiaires entre CO^2 et amidon, puissent suppléer au défaut de photosynthèse. C'est précisément le cas de l'acide acétique qui est jusqu'ici l'aliment ternaire le plus simple et le seul commun à tous les oxytrophes. Nous suggérons donc à nouveau, au moins à titre d'hypothèse de travail, le schéma suivant de l'amylogenèse par les organismes verts :

CO^2 → ... → acide acétique → .... → amidon.

Il faut toutefois noter que certains flagellés, surtout ceux à coefficient d'oxytrophie peu élevé, comme *Polytomella agilis*, peuvent réaliser la synthèse de l'amidon dans des milieux non additionnés d'acides gras. Certains oxytrophes semblent donc posséder, à un degré plus ou moins élevé, la possibilité d'utiliser les acides aminés comme aliments énergétiques, et leurs produits de désamination comme aliment carboné pour l'amylogenèse. Mais ce sont bien entendu les cas limites, c'est-à-dire les organismes à coefficient d'oxytrophie élevé, supérieur à 1000, qui se rapprochent de l'oxytrophie stricte théorique, qui doivent servir de base de discussion pour la conception que nous avons développée ([1]).

BACTÉRIOLOGIE. — *Procédé électrique pour la destruction de germes microbiens en suspension dans un gaz.* Note de MM. **Marcel Pauthenier** et **Henri Volkringer**, présentée par M. Georges Urbain.

On sait que de fines particules solides ou liquides en suspension dans un fluide peuvent être précipitées par un procédé électrique. Ce procédé consiste à charger lesdites particules et à les soumettre à l'action d'un champ continu intense.

Nous avons entrepris une série de recherches pour étudier l'action qu'exercent de tels dispositifs de précipitation électrique sur des germes en suspension dans un gaz. Le bacille utilisé fut le *B. prodigiosus* qui possède l'avantage d'être inoffensif pour l'homme et de donner naissance à des colonies rouges facilement discernables.

I. *Bacilles en suspension dans l'air.* — L'appareil de précipitation est constitué par un cylindre conducteur dans l'axe duquel se trouve un fil fin égalcment conducteur. Le fil fin, électriquement isolé du cylindre, est réuni au pôle négatif d'une source continue haute tension, tandis que le cylindre et le pôle positif de la source sont réunis à la terre.

L'air, chargé de germes d'après le procédé indiqué par M. A. Trillat, traverse l'appareil et se trouve ensuite en contact avec de la gélose contenue dans des boîtes de Pétri que l'on place ultérieurement dans une étuve d'incubation.

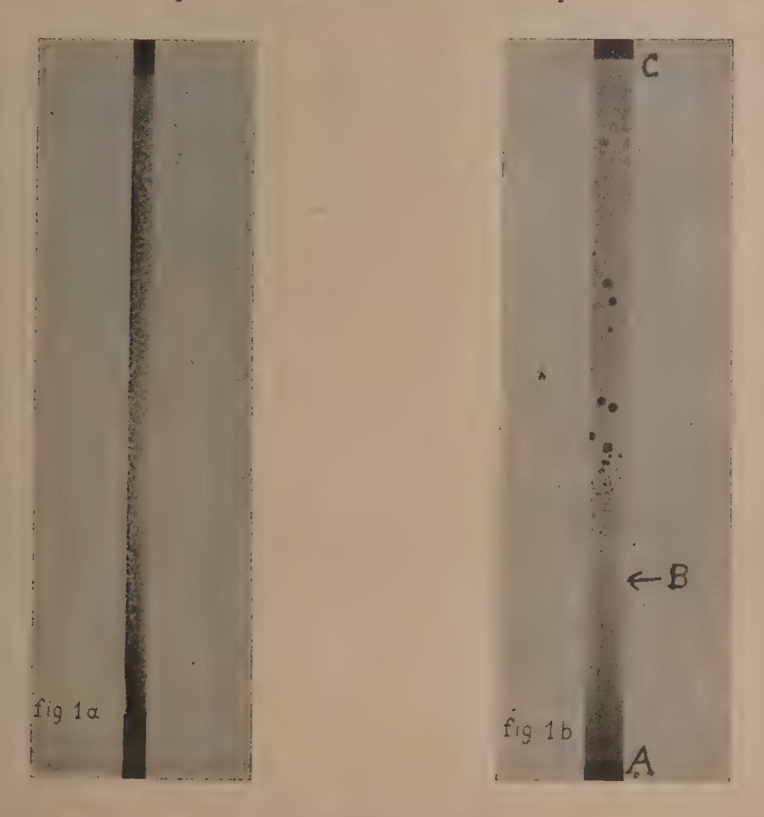
Les résultats sont les suivants : si aucune tension n'est appliquée entre le fil et le tube au moment où ce dernier est traversé par le courant gazeux,

---

([1]) Bibliographie *in C. R. Société de Biologie*, **119**, 1935, p. 87, 90, 93, 974 et 1260.

la gélose est abondamment recouverte de colonies microbiennes. Si au contraire la tension est de l'ordre de 3000 volts/cm on n'observe sur la gélose aucun développement microbien. Si la tension est inférieure à 3000 volts/cm les colonies sont rares, mais elles existent et elles deviennent de plus en plus nombreuses au fur et à mesure que la tension baisse.

II. *Bacilles en suspension dans l'azote.* — Afin de préciser l'influence que



peut avoir sur les résultats précédents, l'ozone qui prend n'aissance aux dépens de l'oxygène de l'air, nous avons repris les mêmes expériences en atmosphère d'azote.

Les résultats obtenus sont en tous points analogues à ceux observés avec l'air. Sans tension, on a de nombreuses colonies, on n'en observe aucune pour des tensions de l'ordre de 3000 volts/cm.

III. *Etude de la précipitation des germes à l'intérieur du filtre.* — La question qui peut alors se poser est la suivante : les germes sont-ils tués

lors de leur passage dans le filtre électrique ou sont-ils simplement précipités vivants sur la paroi du tube?

Pour préciser ce point, nous avons refait une série d'expériences en ayant au préalable glissé à l'intérieur du tube une lame de verre étroite et longue recouverte de gélose nutritive stérile.

En l'absence de toute tension, la surface de la lame révèle, après incubation, l'existence de nombreuses colonies microbiennes régulièrement espacées sur toute sa longueur (*fig.* 1*a*). Pour des tensions de l'ordre de 3000 volts/cm, on obtient des résultats analogues à ceux que représente la figure 1*b*. Les colonies microbiennes sont très nombreuses et se touchent dans la partie AB qui correspond à l'extrémité du tube par où arrive le gaz. Dans cette région l'ionisation est nulle car le support du fil axial se trouve vis-à-vis du point B et le fil s'étend parallèlement à la plaque dans la direction BC. En s'éloignant de B dans la direction BC les colonies sont de moins en moins nombreuses et cessent d'exister à partir d'une distance du point B égale à quelques centimètres. Sur un tube long de 30^{cm} les premiers centimètres sont donc seuls recouverts de colonies microbiennes. Nous avons constaté que les prélèvements faits sur les autres parties du tube restaient stériles.

Il paraît donc résulter de l'ensemble de nos essais que les germes ont été non seulement précipités, mais encore tués. On peut attribuer ces résultats soit à une forte ionisation suivie de décharge des ions, soit à l'existence même d'un champ électrique intense, soit à l'action de la lumière ultraviolette due à l'*effet couronne*.

Les expériences précitées ont été faites en utilisant le *B. prodigiosus*, mais il est à supposer que des résultats analogues seraient obtenus avec nombre d'autres espèces microbiennes.

MICROBIOLOGIE. — *Tuberculose osseuse et ostéo-articulaire expérimentale chez le Lapin.* Note de MM. **Alfred Boquet** et **Roger Laporte**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'inoculation de faibles doses de bacilles bovins très virulents, typiques, récemment isolés, nous a permis d'obtenir chez le Lapin, pour la première fois et d'une façon très régulière, des localisations squelettiques et articulaires, qui reproduisent exactement le tableau anatomo-pathologique des multiples formes de la tuberculose osseuse et ostéo-articulaire de l'homme.

Le procédé qui nous a donné les résultats les plus démonstratifs consiste

à inoculer, dans la peau épilée du flanc ou de la base de l'oreille, $0^{cm^3},1$ d'une suspension en eau physiologique contenant de $0^{mg},00001$ à $0^{mg},0000001$ des bacilles précités, entretenus en culture dysgonique lisse sur des milieux à l'œuf.

Selon la quantité de germes ainsi introduite dans le derme, on observe, du 6e au 15e jour, l'apparition d'un nodule; celui-ci grossit peu à peu et s'ulcère pendant que les ganglions correspondants s'hypertrophient. Chez les Lapins infectés avec $0^{mg},00001$ de bacilles bovins, les premiers signes des localisations siégeant sur les os des membres ou les vertèbres apparaissent, au plus tôt, vers la fin du 3e mois. Ils se traduisent par des troubles de la démarche, des tuméfactions locales quand il s'agit d'ostéoarthrites et une vive sensibilité à la palpation. Ces symptômes augmentent graduellement d'intensité, l'impotence fonctionnelle devient complète et les animaux succombent entre le 4e et le 6e mois dans un état de cachexie très avancée.

De même que chez l'Homme, la tuberculose osseuse manifeste, chez le Lapin, une prédilection marquée pour le tissu spongieux des os plats et des épiphyses; néanmoins, nous avons noté 3 fois des lésions diaphysaires récentes (fémur, 1 cas; humérus, 2 cas).

Les localisations intéressaient le rachis (corps vertébraux, 4 cas; apophyses, 4 cas); les côtes (5 cas), le scapulum (5 cas), l'os coxal (2 cas), la rotule (1 cas), les épiphyses des os longs (extrémité inférieure du fémur, 2 cas; épiphyse radio-cubitale supérieure, 1 cas; épiphyses supérieure et inférieure de l'humérus, 3 cas); crâne (1 cas). Le plus souvent, la tuberculose du rachis comportait plusieurs foyers vertébraux chez les même animal.

Les altérations récentes sont constituées par des petits nodules miliaires enchassés dans le tissu osseux et très riches en bacilles de Koch; parfois bordées d'une zone d'hyperémie, elles se distinguent de l'os environnant par leur couleur blanc jaunâtre et leur opacité ivoirine.

En général, les foyers plus âgés se caractérisent par l'irrégularité de leurs dimensions; en devenant caséeux, ils font saillie sous le périoste décollé par un abcès (tuberculose du rachis). La caséification atteint un corps vertébral ou une épiphyse en totalité, par extension d'un foyer unique ou confluence de plusieurs nodules.

Les 3 cas de tuberculose des articulations que nous avons observés ont abouti à la formation d'un abcès froid intraarticulaire; les épiphyses correspondantes, dont l'atteinte semblait primitive, contenaient de nombreux foyers caséeux confluents.

La fistulisation des lésions du squelette et des articulations n'a pas été constatée.

Tous les animaux atteints de tuberculose osseuse ou articulaire ont présenté, à l'autopsie, des lésions importantes des poumons et des reins, sous la forme de nodules isolés. Par contre, le foie et la rate étaient indemnes à l'examen macroscopique.

L'étude de la dispersion des germes par l'ensemencement et l'inoculation des organes nous a montré que les premières décharges bacillaires dans la circulation sanguine se produisent entre le 18e et le 25e jour après l'inoculation intradermique d'une dose de $0^{mg},00001$. La moelle osseuse se trouve alors contaminée et, dans la suite, cette contamination s'étend en quelques points au tissu spongieux avoisinant. Cependant la présence, chez le même animal, de plusieurs lésions d'âges différents, témoigne que l'atteinte du tissu osseux peut s'effectuer par poussées successives. Nous devons signaler aussi que, dans certains cas, les altérations se limitent à quelques foyers d'ostéite, qui paraissent s'installer au cours des dernières semaines de la maladie.

En résumé, nos expériences apportent la preuve que, chez le Lapin, la tuberculose due à des bacilles bovins très pathogènes s'étend presque constamment de la peau, siège de l'inoculation, au squelette et, souvent, aux articulations. L'infection osseuse, consécutive à la contamination de la moelle par le sang bacillifère, s'opère d'une manière assez désordonnée, en ce sens que les lésions affectent les segments les plus divers, avec une certaine prédilection, toutefois, pour les os spongieux et pour les épiphyses.

La tuberculose osseuse apparaît ainsi comme la conséquence directe, accidentelle et plus ou moins tardive, d'une primo-infection paucibacillaire très virulente. Il ne semble pas que le déterminisme de ses localisations exige l'intervention de facteurs externes tels que les traumatismes.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Nouveau type de maladies à polyèdres ou polyédries observé chez les Chenilles d'*Euxoa (Agrotis) segetum *Schiff*. Note de M. **André Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Mes recherches sur la pathologie infectieuse des Chenilles d'*Euxoa segetum* ont abouti à la découverte d'un troisième type de maladie à ultravirus appartenant au groupe des maladies dites à polyèdres ou polyédries; cette maladie diffère toutefois des autres polyédries par un certain nombre

de caractères anatomo-pathologiques et représente effectivement un nouveau type morbide.

Les Chenilles malades ressemblent à celles qui sont atteintes de pseudo-grasserie n° 2 ([1]) par la teinte blanc mat de la paroi ventrale du corps. Le sang, relativement peu trouble, ne renferme que de rares corpuscules polyédriques qui échappent facilement à un examen microscopique sommaire alors que celui d'autres espèces de chenilles atteintes de polyédries (Ver à soie par exemple ou chenilles de *Vanessa urticæ*) a un aspect laiteux provoqué par l'abondance des corpuscules. A l'examen sur fond noir, on distingue facilement la présence de nombreux granules animés de mouvements browniens assez rapides; ces granules, plus volumineux que ceux qu'on rencontre dans le sang des Vers à soie atteints de grasserie, représentent les éléments parasitaires cause de la maladie; ils se multiplient exclusivement dans le noyau des cellules péritrachéales, hypodermiques et adipeuses. On n'observe pas la présence de boules hyalines remplies de granules semblables à celles que j'ai décrites dans le sang des Chenilles de *Vanessa urticæ* ([2]); cette absence est due au fait que les éléments parasitaires, contrairement à ce qu'on observe dans les autres polyédries, ne semblent pas se multiplier dans les cellules sanguines.

Les lésions cellulaires diffèrent sensiblement de celles que j'ai décrites en étudiant la polyédrie des Chenilles de *V. urticæ*. Sur frottis de sang coloré au Giemsa, un certain nombre de cellules sanguines, bien que ne paraissant pas parasitées, ont un noyau très hypertrophié dont la chromatine a perdu sa structure granulaire et tend à se laquer. Souvent on constate une sorte de concentration chromatinienne au centre du noyau, mais il ne se forme pas de corpuscules polyédriques intranucléaires. Par contre, on observe souvent, à l'intérieur du noyau ou même en dehors, un mince filament d'origine chromatinienne plus ou moins contourné sur lui-même. Ces différentes altérations nucléaires ne sont, semble-t-il, que la conséquence indirecte de l'infection ultramicrobienne.

Sur coupes colorées par l'hématoxyline ferrique après fixation au mélange de Helly par exemple, les noyaux des cellules en état d'infection (cellules hypodermiques, péritrachéales et adipeuses) sont très hypertrophiés; ils apparaissent remplis de corpuscules faiblement teintés, de forme généralement tétraédrique rappelant celle des corpuscules des

---

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1062.

([2]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 624.

Chenilles de *Lymantria dispar*. La chromatine résiduelle forme une masse plus ou moins volumineuse creusée le plus souvent de vacuoles. Après fixation par les méthodes mitochondriales et coloration suivant la méthode de Kull, la masse résiduelle apparaît colorée en bleu et semée de grains fuchsinopiles de grosseur variable; ces grains sont souvent placés à l'intérieur des vacuoles; on les observe également en dehors de la masse, entre les corpuscules; ils dérivent des nucléoles.

Les altérations qui se produisent au niveau de la couche cytoplasmique sont des plus curieuses et n'ont pas encore été observées chez les Insectes atteints de polyédrie. Qu'il s'agisse des cellules hypodermiques et trachéales ou des cellules adipeuses, d'innombrables canalicules se forment dans les éléments parasités et changent complètement l'aspect de la couche cytoplasmique. Ces canalicules sont plus ou moins sinueux; leurs bords restent souvent colorés par la fuchsine ou sont fortement teintés par le bleu de toluidine (méthode de Kull); leur signification reste énigmatique.

L'infection semble se propager surtout par le système trachéen. Ainsi en ouvrant la paroi du corps d'une chenille d'apparence normale, j'ai constaté que toutes les trachées présentaient les signes caractéristiques de la polyédrie (hypertrophie considérable de la couche péritrachéale); le système trachéen du tube digestif formait de véritables arborescences d'aspect givré, alors que le tissu adipeux paraissait normal. Au niveau de ce tissu, la propagation de cellule à cellule est lente; il n'est pas rare d'observer des cellules isolées déjà remplies de corpuscules polyédriques au milieu de cellules ne présentant aucun signe d'altération.

La morbidité actuelle de la polyédrie des Chenilles d'*E. segetum* est relativement faible. Je n'ai pu, jusqu'ici, reproduire expérimentalement la maladie. Celle-ci peut être associée à d'autres infections par exemple à la pseudo-grasserie n° 2 et à une mycose de nature encore indéterminée. Les lésions cellulaires et tissulaires ne semblent pas modifiées par la présence d'autres parasites.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.